

# EFFECTS OF ALIGNMENT ERROR OF MAIN SUPERCONDUCTING CAVITIES ON THE COMPACT ERL AND THEIR COMPENSATION

Norio Nakamura<sup>1,A)</sup>, Kentaro Harada<sup>B)</sup>, Miho Shimada<sup>B)</sup>, Yukinori Kobayashi<sup>B)</sup>, Shogo Sakanaka<sup>B)</sup>, Ryoichi Hajima<sup>C)</sup>

<sup>A)</sup> Institute for Solid State Physics(ISSP), University of Tokyo

5-1-5 Kashiwanoha, Kashiwa, Chiba, 277-8581

<sup>B)</sup> High Energy Accelerator Organization(KEK)

1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki, 305-0801

<sup>C)</sup> Japan Atomic Energy Agency(JAEA)

2-4 Shirakata-Shirane, Tokai, Ibaraki, 319-1195

## Abstract

Effects of alignment error of main superconducting(SC) cavities were studied with analytical considerations and numerical simulations for the compact ERL. As a result, it was shown that the cavity alignment error can cause large orbit distortion, significant emittance growth and considerable bunch lengthening. However the effects of the cavity alignment error at least up to 1 mm could be compensated for the compact ERL by orbit correction.

## 主超伝導空洞設置誤差のコンパクトERLへの影響とその補正

### 1. はじめに

エネルギー回収型リニアック(ERL)では多数の超伝導空洞が設置され、低エミッタンス・短パルスビームを加速・減速する。超伝導空洞の設置誤差が大きいと、超伝導空洞が持つ横方向の収束・発散力などのためにビームに深刻な影響を及ぼすことが予想される。実際、超伝導空洞はクライオモジュールの中に収納されるために、その設置誤差は電磁石などと比較して大きくなりうる。本発表では、主超伝導空洞の設置誤差がERLビームに与える影響について、コンパクトERLをモデルとして解析的な考察とシミュレーションを行った結果を報告する。

### 2. コンパクトERL

図1は、今回のシミュレーションで使用した1ループのコンパクトERLの配置構成で、8台の主超伝導空洞と2つのTBA(Triple Bend Achromat)アーク部を持つ[1]。ここでは、入射部からのビームのエネルギーは5MeVと仮定した。

コンパクトERLでは3つの運転モードを想定している。大電流モード(HC: High Current mode)と低エミッタンスモード(LE: Low Emittance mode)では、バンチ電荷はそれぞれ77pC、7.7pC(1.3GHz繰り返して、100mA、10mAの平均ビーム電流になる)で規格化エミッタンスは1.0mm-mrad、0.1mm-mradである。合流部直後の初期のバンチ長と運動量幅を2ps、 $2 \times 10^{-3}$ とすると、on-crestで15MV/mの加速勾配を持つ8台の主超伝導空洞による加速後は、バンチ長はほぼ変わらずにエネルギーが125MeV、運動量幅が

$2 \times 10^{-4}$ になる。これらの2つのモードは同じオブティクスで、2つのアーク部での $R_{56}$ の値はゼロに設定され、六極電磁石は励磁しない。一方、バンチ圧縮モード(BC: Bunch Compression mode)では、第1アーク部の $R_{56}$ の値は0.131mで、加速位相約 $15^\circ$ のoff-crestで加速されて、ビームのエネルギーは約121MeV、運動量幅は $2.3 \times 10^{-3}$ になる。六極電磁石は、第1アーク部直後のバンチ長が最小になるように設定されている[1]。今回、バンチ電荷は77pCとした。

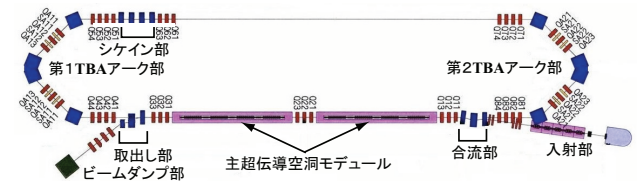


図1: コンパクトERLの配置構成

### 3. 空洞内での横方向の運動

空洞本体内で超相対論的電子( $\beta \approx v/c \approx 1$ )は次の運動方程式に従う[2]。

$$x'' + \left(\frac{\gamma'}{\gamma}\right)x' + \frac{1}{8} \left(\frac{\gamma'}{\gamma}\right)^2 x = 0 \quad \left(\gamma' \equiv \frac{eE_{rf}}{mc^2}\right) \quad (1)$$

ここで、 $x, x', e, m, v, c, \gamma, E_{rf}$ は横方向の位置と角度、電子の電荷と静止質量、電子と光の速度、ローレンツ因子、空洞の平均電場である。式(1)の第2項、第3項は、加減速による電子の運動量変化と電場による収束力をそれぞれ意味している。さらに、電子は

<sup>1</sup> E-mail: nakamura@issp.u-tokyo.ac.jp

空洞の入口出口で空洞中心からの横方向変位 $x_{i(f)}$ に比例して次のようなキックを受ける[2]。

$$\Delta x'_{i(f)} = \mp \frac{1}{2} \frac{\gamma'}{\gamma_{i(f)}} x_{i(f)} \quad (2)$$

ここで、 $\gamma_s$ ,  $\gamma'_s$ は入口出口での電子のローレンツ因子である。これは、空洞の入口出口に軸対称で収束強度(焦点距離の逆数) $k=\pm\gamma'/2\gamma_{i(f)}$ の収束・発散レンズがあることと等価である。例えば、設置誤差によって1mmだけビーム軸とずれた空洞に5MeVのビームが入射した場合、15MV/mの平均電場では約1.5mradのキックをビームが入口で受けることになる。

#### 4. 色効果によるエミッタンス増大

ビームは有限の運動量幅を持つために収束発散作用を持つ要素によってエミッタンスの増大を起こす可能性がある。規格化エミッタンスは一般に次のように定義される。

$$\varepsilon_n = \gamma\beta \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle \langle (x' - \langle x' \rangle)^2 \rangle - \langle (x - \langle x \rangle)(x' - \langle x' \rangle) \rangle^2} \quad (3)$$

ここで、 $\langle x \rangle$ は横方向の電子位置 $x$ のビーム内での平均を表す。初期位置 $x_0$ と初期角度 $x'_0$ を持つ電子が収束・発散作用(収束強度 $k$ )を持つ薄肉の要素を通過すると、位置と角度は次のように変化する。

$$x = x_0 \quad (4)$$

$$x' = x'_0 - \frac{kx_0}{(1+\delta)^a} \approx x'_0 - kx_0(1-a\delta) \quad \left( \delta = \frac{\Delta p}{p} \ll 1 \right) \quad (5)$$

ここで、 $\Delta p/p$ は基準からの運動量の相対的ずれであり、 $k$ の運動量依存性を $k \propto p^a$ とした。今、電子の初期の位置・角度が運動量と無相関であると仮定すると、規格化エミッタンスは次のように表される。

$$\varepsilon_n = \sqrt{\varepsilon_{n0}^2 + a^2 \gamma^2 \beta^2 k^2 \sigma_{x0}^2 \sigma_\delta^2 \langle x_0^2 \rangle} \quad (6)$$

ここで、 $\varepsilon_{n0}$ ,  $\sigma_{x0}$ ,  $\sigma_\delta$ は初期の規格化エミッタンス、ビームサイズ、運動量幅である。式(6)の $\langle x_0^2 \rangle$ は $|\langle x_0 \rangle| \gg \sigma_{x0}$ の時には $\langle x_0^2 \rangle$ で近似されるので、空洞の設置誤差が大きいとエミッタンスが顕著に増大する可能性がある。そのエミッタンスの増加は、空洞の入口出口及び四極電磁石の場合は共に式(6)で $a=1$ とすることで求められる。例えば、低エミッタンスモードで $\varepsilon_{n0}=0.1\text{mm}\cdot\text{mrad}$ の場合、ビームが収束強度 $k=5\text{ m}^{-1}$ の要素に $\langle x_0 \rangle=5\text{mm}$ で通過すると、加速後の電子パラメータ $\gamma\beta=244.6$ ,  $\sigma_{x0}=0.1\text{mm}$ ,  $\sigma_\delta=2 \times 10^{-4}$ に対して50%以上のエミッタンス増加になる。

#### 5. シミュレーション

空洞設置誤差の影響をより正確に求めるために、elegant[3]を用いてシミュレーションを行った。設置誤差としては、8台の空洞が全て+1mm(あるいは-1mm)だけ中心軸からずれているという仮定をした。これは、空洞が全て同じ方向にずれる場合がビーム

への影響が最も大きかったためである。

##### 5.1 軌道の歪みと軌道補正

図2は仮定した水平もしくは垂直方向の空洞設置誤差+1mmにより発生した軌道歪みである。低エミッタンスモードでは最大約35mm、バンチ圧縮モードでは最大約15mmの軌道歪みが発生している。さらにビームの横方向の広がりも含めて考えると、アパーチャを決める真空ダクトの径によっては、深刻なビーム損失が生じることになる。

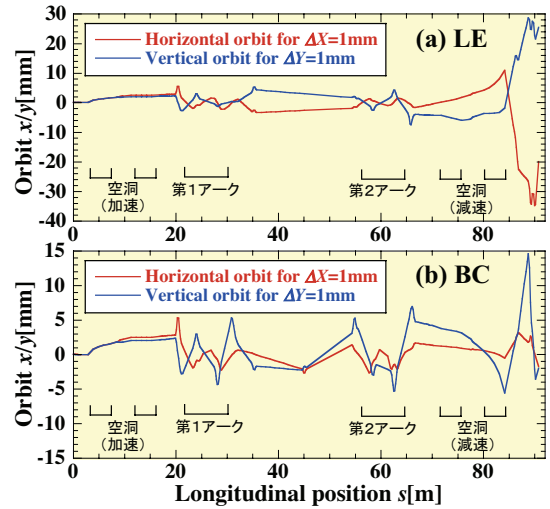


図2：主空洞の設置誤差による軌道歪み(合流部終点からダンプ部まで)。(a)低エミッタンス(LE)モードで設置誤差 $\Delta X/\Delta Y=+1\text{mm}$ の場合と(b)バンチ圧縮(BC)モードで設置誤差 $\Delta X/\Delta Y=+1\text{mm}$ の場合。

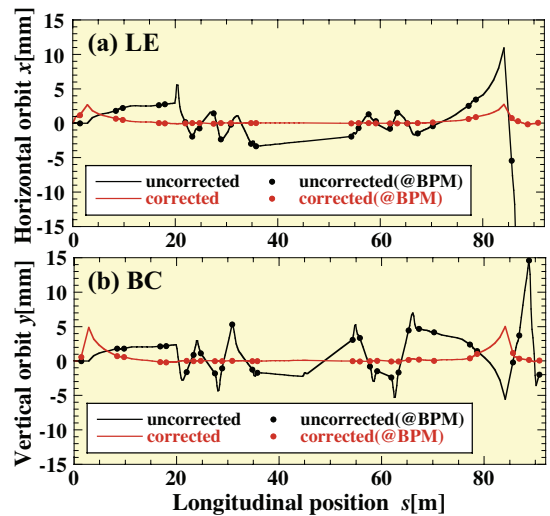


図3：補正前後の軌道。(a)低エミッタンス(LE)モードで主空洞の水平設置誤差+1mmの場合と(b)バンチ圧縮(BC)モードで垂直設置誤差+1mmの場合。黒丸と赤丸はビーム位置モニタでの変位を示す。

束縛条件付き固有ベクトル法[4]を用いて、この軌道歪みに対して軌道補正を行った結果を図3に示す。図3(a)は低エミッタンス(LE)モードで主空洞の水平設置誤差+1mmの場合で、補正前後の水平軌道をそれぞれ黒線と赤線で示している。図3(b)はバンチ圧縮(BC)モードで垂直設置誤差+1mmの場合である。補正回数は図3(a)で1回、図3(b)で2回とした。これは、バンチ圧縮モードで励磁される六極電磁石の非線形磁場の影響が大きいためである。どちらの場合も、ビーム位置モニタ(BPM)が設置されていない空洞とその近辺を除けば、軌道はほぼ±1mm以下に補正されていることがわかる。今回の軌道補正については、文献[5]にその詳細が述べられている。

## 5.2 エミッタンス増大

図4は、コンパクトERLにおける水平または垂直方向の規格化エミッタンス（アーク部などの有限な分散関数を持つ場所では運動量分散による影響も含まれる）を示す。低エミッタンスモードでは、図4(a)に示すように軌道の歪みが大きい第1アーク部前の四極電磁石で色効果によるエミッタンス増大が生じ、その後も同じような理由で増え続けている。図4(b)に示すバンチ圧縮モードにおけるエミッタンス増加は、四極電磁石での色効果の他にアーク部で励磁されている六極電磁石の非線形磁場によっても生じている。どちらの場合も、軌道補正によって空洞の設置誤差が無い場合と同程度までエミッタンスが改善されていることがわかる。

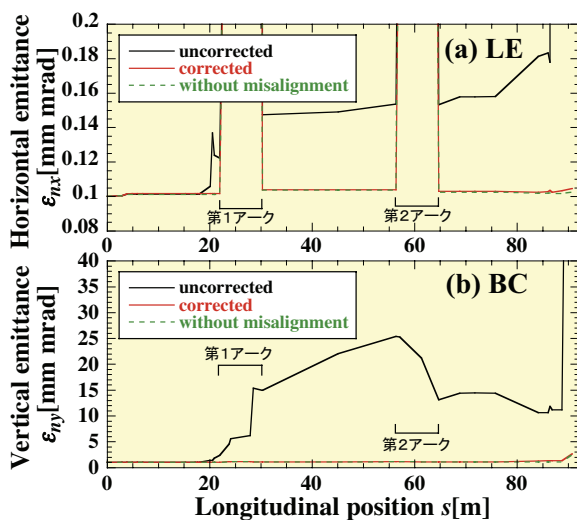


図4：軌道補正前、補正後、設置誤差無しの場合の水平または垂直方向の規格化エミッタンス。(a)低エミッタンス(LE)モードで主空洞の水平設置誤差+1mmの場合と (b)バンチ圧縮(BC)モードで垂直設置誤差+1mmの場合。

## 5.3 バンチ伸長

図5は第1アーク部出口における空洞設置誤差で生じるバンチ内の電子の時間（縦方向位置）と運動量の2次元分布の変化を示している。設置誤差が無い場合には55fsまで圧縮されるバンチ長は、図5(a)では水平設置誤差±1mmによって100fs以上に、図5(b)では垂直設置誤差±1mmによって267fsまで伸びることがわかった。水平方向の設置誤差によるバンチ伸長は、主空洞のRF位相を調節することでかなり回復できたが、垂直方向の設置誤差の影響はRF位相の調整ではほとんど回復することはなかった。それでも、図3のような軌道補正を行うことで、どちらの場合でも設置誤差が無い状態の分布にほぼ完全に、同じバンチ長にまで回復することができた。

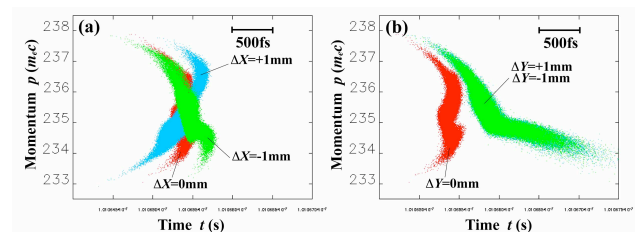


図5：バンチ圧縮モードにおける(a)水平及び(b)垂直方向の設置誤差±1mmによるバンチ伸長（第1アーク部出口）

## 6. まとめ

今回の研究結果から、主超伝導空洞の設置誤差1mmによって、コンパクトERLの全ての運転モードで大きな軌道歪みが生じ、深刻なビーム損失を生む可能性があることがわかった。また、低エミッタンスモードとバンチ圧縮モードでは無視できない規格化エミッタンスの増大が発生し、バンチ圧縮モードでは顕著なバンチ伸長が起こることも示された。ただし、設置誤差が±1mm以下であれば、シミュレーション結果からわかるように、軌道補正をうまく行うことでその影響を十分に補正することが可能である。超伝導空洞の設置精度を高めることは将来的に重要であり、ビームのエネルギー（運動量）が低い場所にある空洞では特に効果的である。また、空洞内での軌道測定と軌道補正効果の向上のために、超伝導空洞モジュール内にビーム位置モニタを設置することが将来的には望ましいと言える。

## 参考文献

- [1] T. Shiraga et al., PAC09, Vancouver, 2009.
- [2] J. Rosenzweig and L. Serafini, Phys. Rev. E **49**, 1599 (1994).
- [3] M. Borland, Phys. Rev. ST-AB **4**, 070701 (2001).
- [4] N. Nakamura et al., Nucl. Instr. Meth. A **556** (2006) 421-432; K. Harada et al., Nucl. Instr. Meth. A **604** (2009) 481-488.
- [5] N. Nakamura and K. Harada, these proceedings; N. Nakamura and K. Harada, Proceedings of IPAC10, Kyoto, 2010, pp.2320-2322.