

# 電子銃および入射器空洞からの暗電流に起因する 入射器診断ラインでのビーム損失評価（修正版）

宮島 司\* , 坂中 章悟、芳賀 開一（KEK）

2012年6月28日

## 概要

電子銃および入射器超伝導空洞からの暗電流が、入射器診断ラインにある偏向電磁石から後ろの分散関数のある部分で、どのようにチェンバー内壁と衝突して損失に繋がるかについて評価した。評価に当たっては、損失する電子のエネルギー差が大きく分散関数の1次では近似の精度が悪いため、セクター型偏向電磁石に対して軌道の厳密解を求め、それを基にして損失分布を計算した。

## 1 はじめに

cERL でのビーム損失は、電子銃や超伝導加速空洞からの暗電流に起因するものが主であると考えられる [1]。暗電流の位置や量は、実際にビーム運転を開始してみないと分からない部分が多いため、運転前に定量的な評価を行うことが難しい。しかしながら、それではビーム損失を全く評価できないことになってしまふ。そこで、本報告では比較的解析が容易なビームエネルギーのずれと分散関数に起因するビーム損失を見積もることとした。特に、cERL の初期コミッションングでは入射器診断ラインでのビーム試験が中心となるため、まずは入射器診断ライン下流に設置された偏向電磁石下流でのビーム損失を見積もった。

ビーム損失の評価の方針については既にまとめてあるが [1]、これらのうち入射部で暗電流の原因となるものは、電子銃カソード面からの暗電流と、超伝導空洞内で生じた暗電流である。電子銃からの暗電流は、レーザーに起因するものの他に、放電によるものが考えられる。レーザーに起因する暗電流は、レーザーの時間構造に依存し、またカソード面でのレーザー照射位置に依存することになり、どのような仮定をするかが難しい部分がある。一方、放電による暗電流は、電子銃電圧を上げていったときに生じるものであり、レーザーの時間構造に依存せずに、CW で暗電流が出続けることになり、比較的簡単な仮定の下でビーム損失評価を行うことができる。ここでは、ビーム損失評価の第一歩として、なるべく仮定が簡単である放電による暗電流が CW で出続けた場合を考えることとする。

電子銃から CW で暗電流が出続けた場合の大きな特長は、あらゆるタイミングで下流に設置された加速空洞（バンチャー空洞、入射器超伝導空洞）で加速されることになり、入射器空洞下流では電子銃を出発した時刻に応じて大きなエネルギー変化をもつということである。これらのエネルギー差をもった粒子が分散関数のノンゼロ領域を通過することで、水平方向の大きな軌道のずれが生じることになり、軌道のずれが真空チェンバー内壁よりも大きくなったときに、内壁と衝突してビーム損失となる。放電による暗電流も放電が生じたカソード位置に応じて下流での軌道が変化するが、ここでは簡単化のためにカソード中心から暗電流が生じると仮定し、全ての暗電流は分散関数ゼロの領域では設計軌道上を運動するものとする。

入射器での暗電流のもう一つの起源は、入射器超伝導空洞からの暗電流である。空洞からの暗電流は、電子銃の放電による暗電流と比較するとかなり複雑になる。それは、空洞自体が複雑な形状をもつことと電磁場が時間と共に変動するため、暗電流の発生位置によって下流でのエネルギーと軌道の変化が複雑に変化するためである。例えば、暗電流の発生点や時間によっては、空洞内で加速、減速が繰り返されることが予

---

\*tsukasa@post.kek.jp

想され、単純な解析では評価が難しくなる上、最初の暗電流発生点の仮定が結果に重大な影響を及ぼすこととなる。言い換えると、如何に正しい暗電流の仮定を与えるかが鍵となるわけだが、それはビーム運転を開始してみないと分からない部分となってしまう。そこで、ここでは大胆に簡略化して空洞後の暗電流は一樣なエネルギー拡がりをもった電子群であると仮定することとする。この場合もビーム損失が生じる箇所は、入射器診断ラインの偏向電磁石下流に限定されるため、解析は比較的容易に行える。

以上のように、本報告では電子銃からの放電による CW 暗電流と、入射器超伝導空洞による一樣なエネルギー分布をもった暗電流を仮定して、それらが入射器診断ラインでどのように損失するかを評価することとする。ここでは、まずエネルギーがずれた電子が偏向電磁石下流でどのようにビーム損失に繋がるかを計算する<sup>1</sup>。分散関数がノンゼロの領域での計算に当たっては、1 次の分散関数ではエネルギー差の大きい電子を正しく扱えないため、ここではセクター型偏向電磁石の軌道の厳密解を用いて評価することとした。求めた厳密解を用いて、電子群があるエネルギー分布をもつ場合、どのような範囲でどれくらいのビーム損失になるかを計算する方法を示す。次に、より仮定の簡単な入射器超伝導空洞によって一樣エネルギー分布をもつ電子群が生成された場合についてのビーム損失計算結果を示す。次に、電子銃からの CW 暗電流が出た場合に、入射器超伝導空洞下流でどのようなエネルギー分布をもつかを粒子トラッキングにより計算し、その分布についてのビーム損失評価を行う。最後に、これらの結果をまとめ、入射器診断ライン偏向電磁石下流でのビーム損失分布を示す。これらの計算からは、暗電流がどれくらいの量になるかということについては評価することができないが、暗電流の量がわかれば、そのうちの何割がどこで損失するかということについて示すことができる。

## 2 分散関数によるビーム損失

ここでは、分散関数がノンゼロの部分でエネルギーのずれた粒子が大きな軌道差をもち、ついには真空チェンバー内壁と衝突してビーム損失につながると考える。最初に現在仮定している入射器診断ラインの分散関数(1次)を示す。1 次の分散関数は、エネルギー差が十分小さいという仮定の下での線形近似であり、ここで想定しているようなエネルギー差の大きい電子を正しく記述することはできない。そこで、セクター型偏向電磁石を仮定して<sup>2</sup>、エネルギー差の大きい電子の軌道も正しく表現できる厳密解を求めることとする。最後に、求めた厳密解を用いて、エネルギーのずれた電子がどの位置で内壁と衝突するかを計算する。

### 2.1 入射器診断ラインの分散関数

入射器診断ラインは図 1 に示すように、合流部で曲げずに入射器からのビームを直進させ、中壁近くに設置された偏向電磁石によって軌道を 16 度曲げた後に、ビームダンプに捨てる構成となっている。入射器診断ラインでは、偏向電磁石入口までは分散関数はゼロであり、偏向電磁石によって分散が発生し、偏向電磁石出口以降でビーム損失が発生することになる。ここでは、まず入射器診断ラインの偏向電磁石以降で分散関数がどのようになるかを計算する。

曲げ角  $\theta$ 、曲率半径  $\rho$  をもつ偏向電磁石による分散関数は転送行列を使って

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta'_1 \\ 1 \end{pmatrix} = R_{edge}(\beta_2)R_{bend}(\rho, \theta)R_{edge}(\beta_1) \begin{pmatrix} \eta_0 \\ \eta'_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

のように記述できる。 $\eta_0, \eta'_0$  は偏向電磁石入口での分散関数と設計軌道に沿った座標  $s$  についての微分、 $\eta_1, \eta'_1$  は偏向電磁石出口での分散関数と  $s$  についての微分を表す。ここで、 $R_{bend}(\rho, \theta)$  はセクター型偏向

<sup>1</sup>以前の計算では、エネルギーが大きくずれた電子が偏向電磁石を通過できない効果が入っていないのではというコメントを頂き[2]、最初の計算で用いていた 1 次の分散関数では正しく計算できないことが明らかとなった。今回の計算では偏向電磁石の軌道の厳密解を用いることとした。

<sup>2</sup>ここでの検討では入射器診断ラインの偏向電磁石はセクター型を想定している。

電磁石の転送行列で

$$R_{bend}(\rho, \theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \rho \sin \theta & \rho(1 - \cos \theta) \\ -1/\rho \sin \theta & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

と表され、 $R_{edge}(\beta)$  は偏向電磁石のエッジフォーカスを表す転送行列で

$$R_{edge}(\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/\rho \tan \beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

と表される。 $\beta$  はセクター型偏向電磁石の端面からのエッジ角を表す。

入射器診断ラインでの偏向電磁石の曲げ角は  $\theta = 16^\circ$  である。また、曲率半径  $\rho$  と入口と出口のエッジ角  $\beta_1, \beta_2$  については、入射器診断ラインにおけるエネルギー測定についての検討時に使用された値を用いて、 $\rho = 0.5$  m,  $\beta_1 = \beta_2 = 0$  とした [3]<sup>3</sup>。この場合、偏向電磁石の入口で分散関数がゼロ ( $\eta_0 = 0, \eta'_0 = 0$ ) とすると、偏向電磁石出口での分散関数は

$$\begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta'_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho(1 - \cos \theta) \\ \sin \theta \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

となる。具体的な数値を計算すると、 $\eta_1 = 0.01937$  m,  $\eta'_1 = 0.27564$  となる。偏向電磁石出口からダンプまでの直線上での分散関数は、ドリフト空間の転送行列を用いて

$$\begin{pmatrix} \eta(s) \\ \eta'(s) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta'_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_1 + s\eta'_1 \\ \eta'_1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

と表される。ここで、 $s$  は偏向電磁石出口から測ったドリフト空間の距離とする。式 (5) を用いて計算した入射器診断ライン偏向電磁石下流の分散関数を図 2 に示す。

分散関数に起因するビーム損失は、分散関数と共にどのようなエネルギーを持った電子が入ってくるかということが重要となる。次に、このような分散関数がある部分で、エネルギーがずれた電子がどのように損失するかを線形近似の下で考える。

## 2.2 分散関数によるビーム損失

以下の計算では 1 次の分散関数を用いるため、エネルギーの大きくずれた電子の場合には正しくない。しかしながら、厳密解を用いた場合と比較するため、1 次の分散関数によるビーム損失を計算する方法を示す。

分散関数によって引き起こされる水平方向の軌道のずれは

$$\Delta x = \eta \delta, \quad (6)$$

と表される。ここで、 $\delta$  は規格化された運動量偏差で、運動量の設計値を  $p_0$  とし、考えている電子の運動量を  $p$  とすると

$$\delta = \frac{p - p_0}{p_0}, \quad (7)$$

と表される。式 (5) より式 (6) を書き直すと

$$\Delta x = \delta(\eta_1 + \eta'_1 s), \quad (8)$$

<sup>3</sup>JAEA の 60 度偏向電磁石を再利用する場合には、 $\rho = 0.718$  m,  $\beta_1 = \beta_2 = -12^\circ$  となり、 $\eta'$  が小さくなり、下流での分散関数が小さくなる。ここではビーム損失が大きくなる場合、すなわち分散関数が大きい場合について計算を行った。

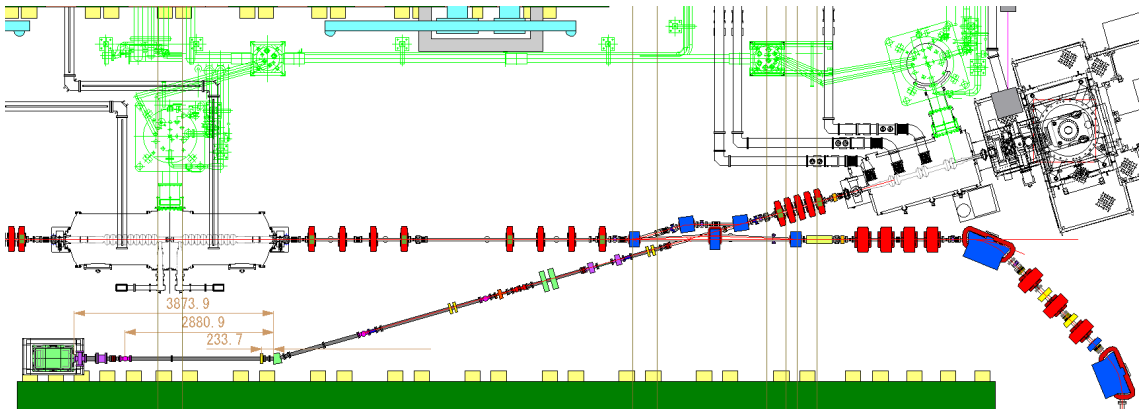


図 1: 入射器診断ラインのレイアウト。第一コミショニングでは、入射器から来たビームを合流部で曲げずに直進させ、入射器診断ラインでビーム診断を行う。入射器診断ラインには 16 度偏向電磁石が配置され、エネルギー診断を行うとともに、ダンプからの残留イオン等が逆戻りしないようにしている。

となる。ビーム損失が起きる条件は、 $\Delta x$  が真空チェンバー内壁よりも大きくなった場合と考えることができる。従って、真空チェンバーの内壁の半径  $r(s)$ 、分散関数  $\eta(s)$ 、及び電子の運動量が分かればどこで内壁と衝突してビーム損失が起きるかを見積もることができる。この際に重要となるのが、真空チェンバーの内壁がどのような半径をもつかということと、ビーム損失に繋がる電子の運動量が幾つかということである。

ここでは、簡単化するために、真空チェンバーの内壁半径を  $r_0 = 30 \text{ mm}$  で一様であると仮定する。この様子を図 3 に示す。図 3 のようなチェンバーでのビーム損失の仕方は 2 通りあり、一つはチェンバー内壁との衝突による損失と、もう一つはダンプ終端面との衝突による損失である。後者の場合は通常想定するビームダンプでの損失に当たる。設計電子からの運動量偏差がない場合 ( $\delta = 0$ ) には、ビーム損失は全てダンプ終端面で発生することになる。前者の場合は、 $\Delta x = r_0$  の場合に内壁と衝突してビーム損失が発生したとみなすことができる。この条件を式 (8) に適用すると、位置  $s$  でチェンバー内壁に衝突する電子の運動量偏差は

$$\delta(s) = \frac{r_0}{\eta_1 + \eta_1' s}, \quad (9)$$

と求まる。この式を変形すると、ある運動量偏差をもつ電子がチェンバー内壁と衝突する位置  $s$  を

$$s(\delta) = \frac{r_0 - \eta_1 \delta}{\eta_1' \delta}, \quad (10)$$

と計算することができる<sup>4</sup>。運動量偏差と電子がチェンバー内壁に衝突する位置の関係を図 4 に示す。電子群の運動量分布を仮定すれば、式 (10) よりチェンバー内壁との衝突位置を計算することができる。

また、式 (9) より、ダンプ終端面 ( $s = 4.394 \text{ m}$ ) に当たる運動量偏差を見積もることができる。 $|\delta| \leq 0.024$  の場合、電子はダンプ終端面に当たることになる。逆に、 $|\delta| > 0.024$  の場合には、ダンプ終端面より手前のチェンバー内壁に衝突することになる。

以上のように、1 次の分散関数を用いて、設計運動量からずれた電子のチェンバー内壁との衝突位置を式 (10) によって評価できることがわかった。次に、エネルギー差が大きい場合の電子について、セクター型偏向電磁石での軌道の厳密解を計算し、1 次の分散関数を用いた場合と比較する。厳密解の場合でも、偏向電磁石下流のドリフト空間では、転送行列を用いて軌道を計算することができる。

<sup>4</sup> $\delta < 0$  の場合は、 $r_0 = -30 \text{ mm}$  として計算する。

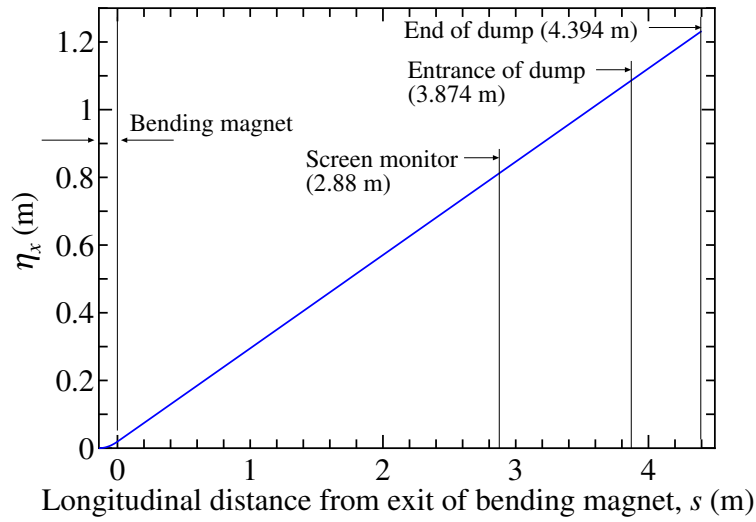


図 2: 入射器診断ライン偏向電磁石下流での 1 次の分散関数 ( $\rho = 0.5$  m, sector 型の場合)。ビーム進行方向座標は、偏向電磁石出口を  $s = 0$  m としている。

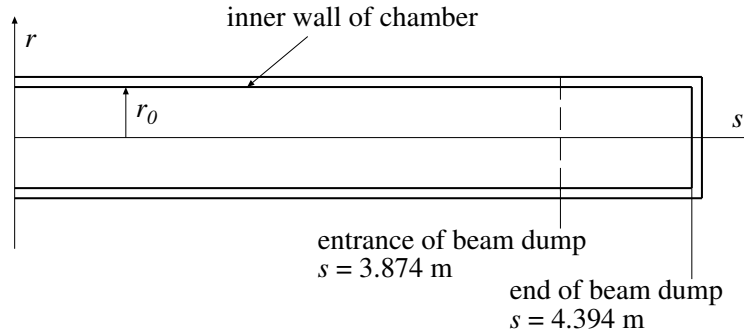


図 3: 偏向電磁石下流の真空チェンバー内壁とビームダンプ位置。ビーム損失は半径  $r_0$  のチェンバー内壁との衝突、あるいはビームダンプ終端との衝突によって生じると仮定する。

### 2.3 セクター型偏向電磁石の軌道の厳密解

ここでは、ハードエッジ端面をもつセクター型偏向電磁石を通過する電子の軌道を相対論的運動方程式と幾何学から求めるとする。セクター型偏向電磁石を通過する電子の軌道の図を、図 5 に示す。電磁石入口では電子のもつ運動量に関わらず、同じ入口位置になるとする。偏向電磁石の曲げ角  $\theta_0$  と曲率半径  $\rho_0$  は予め決まっている変数である。最初に、相対論的運動方程式から磁場の強さ  $B_z$  と運動量の関係を求める。電磁場中での電子の運動は

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \mathbf{v}) = e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (11)$$

で記述される。ここで、 $m$  は電子の質量、 $\mathbf{v}$  は電子の速度、 $\gamma$  は電子の Lorentz 因子、 $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  はそれぞれ電場、磁場である。偏向電磁石を考えると  $B_x = B_y = 0$  および、 $\mathbf{E} = 0$  とし、電子は一様な磁場  $B_z$  の下で  $zx$  平面上を運動すると仮定すると、運動方程式は

$$\frac{d}{dt}(\gamma m v_x) = e v_y B_z, \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma m v_y) = -e v_x B_z, \quad (13)$$

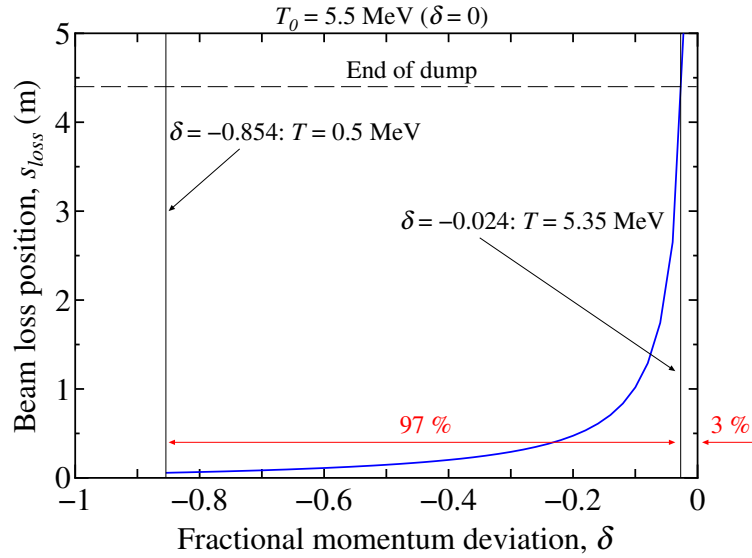


図 4: 1 次の分散関数から求めた、チェンバー内壁との衝突によるビーム損失位置と運動量との関係。運動エネルギー  $T = 500 \text{ keV} - 5.5 \text{ MeV}$  の一様分布を仮定した場合、97 % がチェンバー内壁との衝突によって損失となり、残りの 3 % がダンプ終端面での損失となる。この計算では 1 次の分散関数を用いているため、運動量偏差の大きい領域では正しくない。

となる。これら 2 つの式より、運動量  $\mathbf{p} = m\gamma\mathbf{v}$  の 2 乗の時間変化を求めると  $dp^2/dt = 0$ 、すなわち  $d\gamma/dt = 0$  となることがわかり、 $\gamma$  は時間によらず一定となる。このとき運動方程式は速度成分毎に

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{e}{m\gamma} B_z v_y, \quad (14)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{e}{m\gamma} B_z v_x, \quad (15)$$

と表される。これらの式は曲率半径  $\rho$  の等速円運動の式

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{v^2}{\rho} v_y, \quad (16)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{v^2}{\rho} v_x, \quad (17)$$

と同等であり、一様磁場中では電子は円軌道を描くことになる。2 つの式の 2 乗の和をとると、

$$\left(\frac{eB_z}{m\gamma}\right)^2 (v_x^2 + v_y^2) = \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2 (v_x^2 + v_y^2) \quad (18)$$

となり、これより一様磁場  $B_z$  中での運動量  $p$  をもつ電子の軌道の曲率半径は

$$\rho = \frac{p}{eB_z}, \quad (19)$$

と求まる。

次に、図 5 に示したセクター型偏向電磁石の軌道を上記の関係式から求める。設計運動量  $p_0$  をもつ電子の場合、曲率半径  $\rho_0$ 、曲げ角  $\theta_0$  の軌道を取る場合の磁場は、式 (19) から

$$B_0 = \frac{p_0}{e\rho_0}, \quad (20)$$

と求まる。図 5 の楔型の領域での磁場は  $B_0$  であるとし、運動量  $p$  をもつ電子が通過した場合の曲率半径を  $\rho$ 、曲げ角を  $\theta$  とし、電磁石出口での座標を  $(Z_1, X_1)$  とする。設計運動量をもつ電子の電磁石出口での座標を  $(Z_0, X_0)$  とすると、運動量  $p$  の電子の偏向電磁石出口での軌道のずれ  $x_1$  と角度のずれ  $x'_1 = dx_1/ds$  は

$$x_1 = \sqrt{(Z_1 - Z_0)^2 - (X_1 - X_0)^2}, \quad (21)$$

$$x'_1 = \tan(\theta - \theta_0), \quad (22)$$

と表される。これらの値を規格差された運動量偏差  $\delta = (p - p_0)/p_0$  で割ると、電磁石出口における 1 次の分散関数に相当する量が求まる。 $(x_1, x'_1)$  を求めるときに必要となるのが、 $(Z_1, X_1)$  と  $\theta$  の値である。まず  $(Z_1, X_1)$  について考えると、図 5 より

$$Z_1 = \rho \sin(\theta), \quad (23)$$

$$X_1 = \rho \cos(\theta) + (\rho_0 - \rho), \quad (24)$$

と求まる。ここで必要となる量が、 $\theta$  である。 $\theta$  を求めるには、セクター型偏向電磁石の場合、出口での座標  $(Z_1, X_1)$  が

$$X = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) Z, \quad (25)$$

上にあることを利用する。この関係を用いると

$$\frac{X_1}{Z_1} = \frac{1}{\tan \theta_0} = \frac{\rho \cos \theta + (\rho_0 - \rho)}{\rho \sin \theta}, \quad (26)$$

という関係が導かれる。ここで、 $\tan(\pi/2 - \theta_0) = 1/\tan \theta_0$  の関係を用いた。式 (26) を解くことで、 $\theta$  と  $\rho$  の関係を

$$\theta = \sin^{-1} \left\{ \frac{ab + \sqrt{(ab)^2 - (a^2 - 1)(b^2 + 1)}}{b^2 + 1} \right\}, \quad (27)$$

と求めることができる。ここで、

$$a = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho}, \quad (28)$$

$$b = \frac{1}{\tan \theta_0}, \quad (29)$$

とした。以上のようにこれらの式を用いることで、運動量  $p$  をもつ電子がセクター電磁石を通過した時の軌道を求めることができる。図 6 に電磁石出口での  $(x_1/\delta, x'_1/\delta)$  を示す。 $\delta$  がゼロから大きくずれている場合は、 $(x_1/\delta, x'_1/\delta)$  は 1 次の分散関数から大きく外れていることがわかる。 $\delta$  がゼロに近づくに従い、1 次の分散関数に近づき、 $\delta = 0$  の場合には、1 次の分散関数と一致することが確認できた。

電磁石出口より下流はドリフト空間であるため、出口下流での軌道はドリフト空間の転送行列を用いて  $(x_1, x'_1)$  から

$$\begin{pmatrix} x(s) \\ x'(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

と求められる。この式より、1 次の分散関数の場合の電子が内壁と衝突する位置を表す式 (10) と同様に、運動量偏差  $\delta$  をもつ電子が衝突する位置を

$$s(\delta) = \frac{r_0 - x_1(\delta)}{x'_1(\delta)}, \quad (31)$$

と求めることができる。

電子の運動量が小さくなってくると、ある値を境に電子は偏向電磁石出口からではなくて、180 度曲げられて入口から出ていくことになる。その時の境界の運動量は

$$p_c = \frac{p_0}{1 + 1/\sin \theta_0}, \quad (32)$$

と求まる。今回想定している偏向電磁石では  $p_c = 1.294 \text{ MeV}/c$  となり、 $p \leq p_c$  のとき電子が逆戻りすることになる。このときの運動量偏差は  $\delta_c = -0.89$  となる。

ここまでは一個の電子について評価を行ってきたが、次に運動量分布をもった電子群がどのように損失するかについて考える。

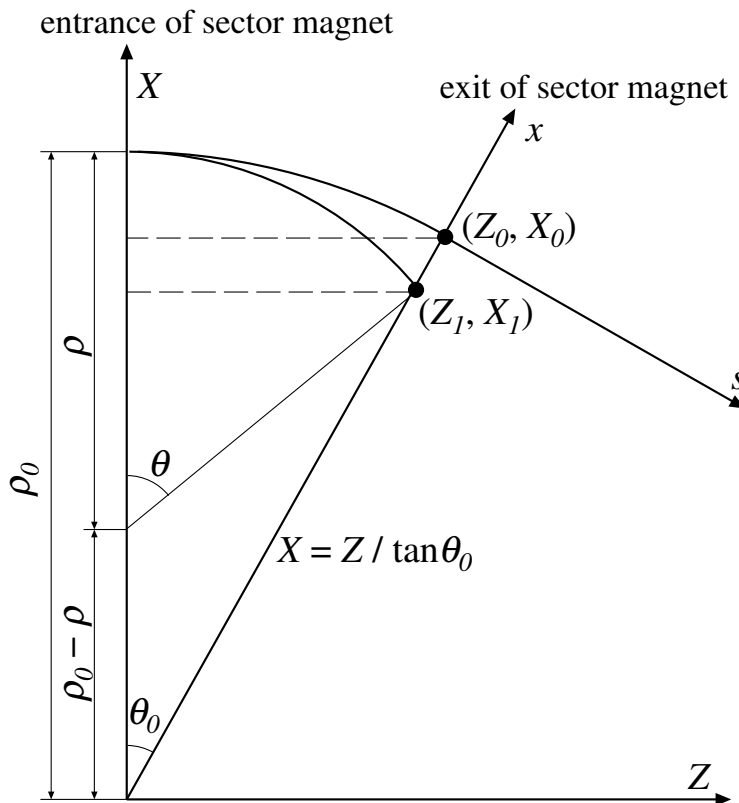


図 5: セクター型偏向電磁石を通過する電子の軌道。入口と出口の楔型の領域に一樣磁場  $B_z$  があるとし、それ以外の場所では磁場はゼロとする（ハードエッジ近似）。設計運動量をもった電子は出口  $(Z_0, X_0)$  から  $s$  上を進む。運動量のずれた電子は、入口は同一であるが曲率半径  $\rho$  と曲げ角  $\theta$  が変化し、出口での位置は  $(Z_1, X_1)$  となる。

## 2.4 運動量分布をもった電子群のビーム損失位置

多数の電子から構成される電子群がある運動量分布をもつ場合を考える。 $\delta$  に対する電子の密度関数を  $f(\delta)$  とする。このとき、ある運動量偏差  $\delta$  の周りの微小な領域  $\Delta\delta$  内に含まれる電子数は

$$\Delta n(\delta) = f(\delta)\Delta\delta, \quad (33)$$

で表される<sup>5</sup>。これを入射器診断ラインの座標  $s$  についてのビーム損失分布関数に直したい。損失位置  $s$  と運動量偏差  $\delta$  の関係から

$$\Delta\delta = \left(\frac{d\delta}{ds}\right) \Delta s, \quad (34)$$

と考えることができる。ここで、変換に当たっては  $d\delta/ds$  を計算する必要があり、1 次の分散関数の場合には式 (9) から

$$\frac{d\delta}{ds} = \frac{-\eta'_1 r_0}{(\eta_1 + \eta'_1 s)^2}, \quad (35)$$

<sup>5</sup>後で規格化するので、 $f(\delta)$  は規格化されていなくても良い。



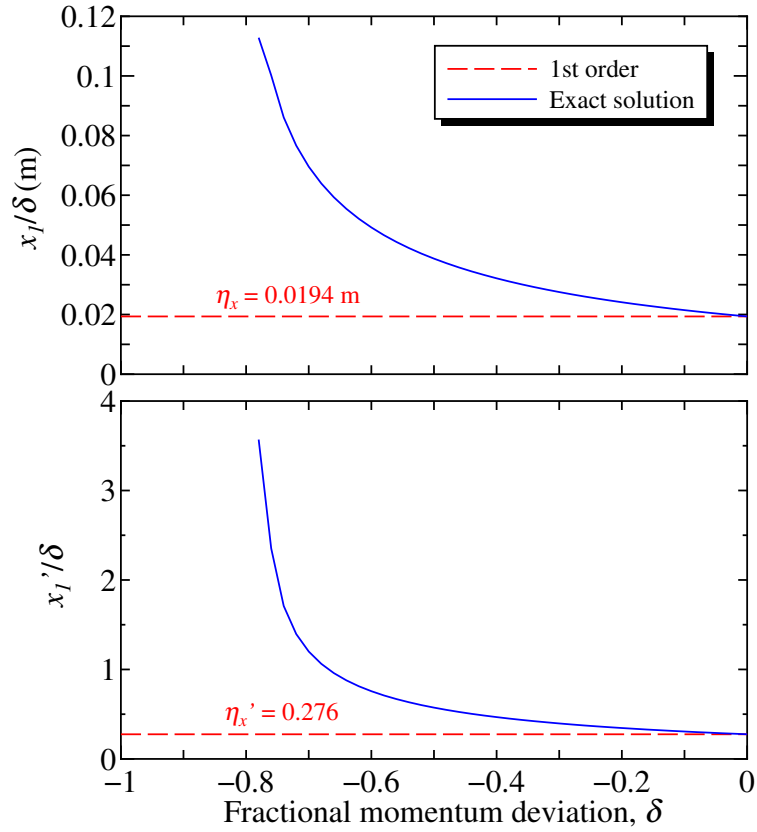


図 6: セクター型偏向電磁石出口での電子の位置と傾き  $(x_1, x_1')$ 。  $\delta$  で規格化しているため、  $\delta$  がゼロに近づくと 1 次の分散関数に近づいていき、  $\delta = 0$  では 1 次の分散関数と一致する。

と求まり、運動量偏差が大きい場合には式 (31) から求めることができる。  $d\delta/ds$  を用いて、座標  $s$  についての電子損失の密度関数を

$$g(s) = f(s) \left( \frac{d\delta}{ds} \right), \quad (36)$$

と定義する。ここで、  $f(\delta)$  から  $f(s)$  への変換には式 (10) あるいは式 (31) を用いる。  $g(s)$  を用いると、ある座標  $s$  の周りの微小な領域  $\Delta s$  内に含まれる損失電子数を

$$\Delta n(s) = g(s)\Delta s, \quad (37)$$

と表すことが出来る。  $g(s)$  を規格化したものは、

$$g_n(s) = \frac{1}{G_0} f(s) \frac{d\delta}{ds}, \quad (38)$$

と表され、これはどの位置でどれくらいの割合の電子が損失するかを示す関数である。ここで、

$$G_0 = \int_0^{s_d} g(s_1) ds_1, \quad (39)$$

である。  $s_d$  はダンプ終端面の座標である。また、電子の積分損失割合を示す関数は

$$G_n(s) = \frac{1}{G_0} \int_0^s g(s_1) ds_1, \quad (40)$$

と与えられ、位置  $s_d$  で  $G_n(s_d) = 1$  となり 100 % 損失を表す。本報告では、電子銃からの CW 暗電流と、入射器超伝導空洞からの一様エネルギー分布をもつと仮定した暗電流について、  $f(\delta)$  を求めた後に、  $G_n(s)$  へと変換し各位置での損失割合を求める。

最後に、運動エネルギー、運動量 (mechanical momentum) の関係を整理しておく。運動エネルギー  $T$  より相対論的  $\gamma$  は

$$\gamma = 1 + \frac{T}{mc^2}, \quad (41)$$

と求められる。ここで、 $mc^2$  は電子の静止エネルギーである。また、運動量  $p$  は

$$p = mc\sqrt{\gamma^2 - 1} = mc\sqrt{\left(1 + \frac{T}{mc^2}\right)^2 - 1}, \quad (42)$$

と表される。この関係を図 7 に示す。図 7 に示すように運動量と運動エネルギーの関係は式 (42) で表されるため、低エネルギー領域 ( $T < mc^2$ ) では線形な関係からのずれが大きくなってしまふ。通常、電子銃や RF 加速空洞での加速では、加速電圧に応じて運動エネルギーが変化するため、分布を考える際には運動エネルギー分布を考えた方が自然である。しかしながら、ビーム損失の計算では規格化運動量偏差  $\delta$  を用いた方が便利であり、運動エネルギー分布から運動量分布に変換する必要がある。次節では、 $T = 500$  keV - 5.5 MeV の一様運動エネルギー分布を考えることになるが、図 7 に示すように、500 keV 以降はほぼ線形な関係であると考えても悪い近似ではないことがわかる。そこで、次節では最初から一様な規格化運動量偏差分布を考えることとする。

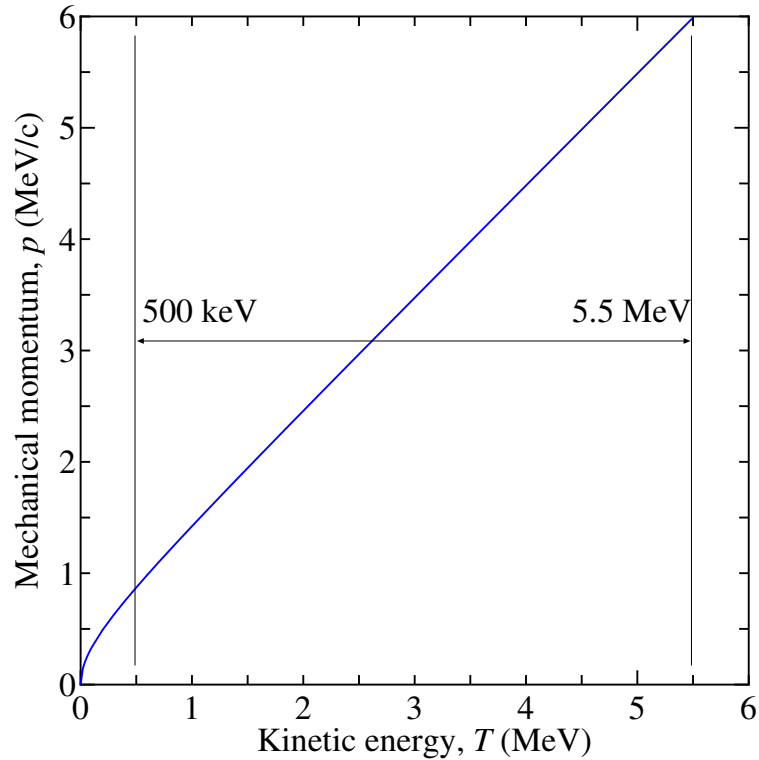


図 7: 運動エネルギー  $T$  と運動量の関係。  $T = 500$  keV 以上であれば運動エネルギーで一様分布は、運動量で一様分布と見なすことができる。

### 3 入射器超伝導空洞で一様エネルギー分布をもつ電子群が生成されると仮定した場合のビーム損失

入射器超伝導空洞で生成された暗電流が一様エネルギー分布をもつと仮定して、入射器ビーム診断ラインでの損失量を評価する。電子群のエネルギー分布は、500 keV から 5.5 MeV まで一様分布であると仮定する。最大エネルギーを 5.5 MeV としている理由は、入射器超伝導空洞からの暗電流であるため、暗電流のエネルギーも入射器空洞での最大加速エネルギーを超えないと考えられるからである。図 7 に示したように、 $T > 500$  keV の領域では、 $T$  と  $p$  の関係は線形であると仮定しても悪くないため、 $T$  での一様分布の代わりに、

$$f(\delta) = \begin{cases} 1 & (-0.854 \leq \delta \leq 0) \\ 0 & (-1 \leq \delta < -0.854 \text{ or } \delta > 0) \end{cases}, \quad (43)$$

として、図 8 のような  $\delta$  の一様分布と仮定する<sup>6</sup>。軌道の厳密解の式 (31) からビームダンプ終端面 ( $s = 4.394$  m) に当たる運動量を見積もると、 $|\delta| \leq 0.0238$  の場合、電子は終端面に当たることになる。また、偏向電磁石で 180 度曲げられて入口から電子が出ていくときの運動量は  $p_c = 1.294$  MeV/c であり、このとき運動量偏差は  $\delta_c = -0.89$  となる。ここで考えている一様分布では、運動量偏差は  $\delta_c$  よりも大きいため、180 度曲げられて逆戻りする電子は考えなくてよい。

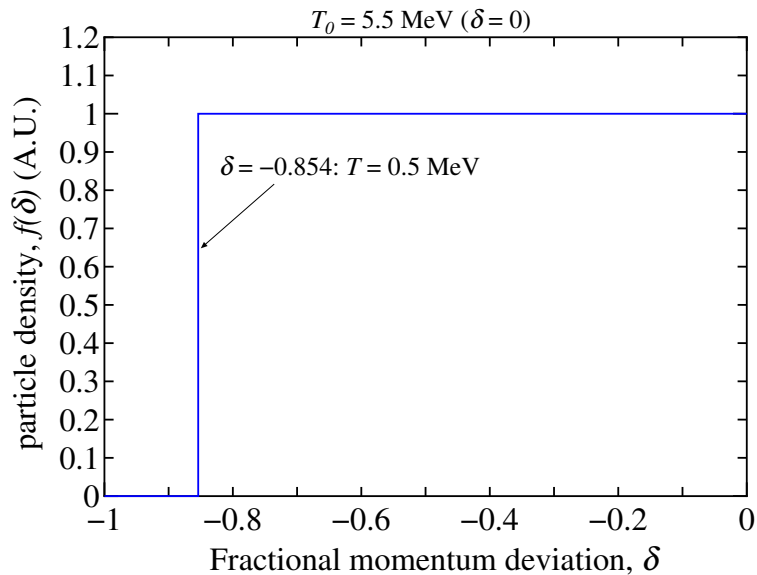


図 8: 入射器超伝導空洞からの暗電流の運動量分布。運動エネルギー 500 keV から 5.5 MeV まで一様に電子が分布すると仮定して計算を進める。暗電流を形成する電子群は全て設計軌道上を運動するものと仮定する。

運動量偏差についての分布  $f(\delta)$  からビーム損失割合への変換では、式 (36) に含まれる  $d\delta/ds$  を計算する必要がある。軌道の厳密解を用いる場合、 $d\delta/ds$  は式 (31) を用いて、数値的に求めることができる。 $d\delta/ds$  と  $f(s)$  の掛け算より  $g(s)$  が求まる。図 9 にチェンバー内壁との衝突によるビーム損失位置と運動量の関係を示す。一様運動量偏差分布の場合、30 % が偏向電磁石内での損失となり、67 % が偏向電磁石出口からダンプ終端面までの間のチェンバー内壁との衝突によって損失となり、残りの 3 % がダンプ終端面での損失となる。一様運動量偏差分布についての積分損失割合  $G_n(s)$  と損失割合  $g(s)$  を図 10 に示す。図 10 の  $G_n(s)$  は偏向電磁石出口からダンプ終端面の間のチェンバー内壁との衝突による損失割合を示している。このため、ダンプ終端面で  $G_n(s_d) = 1$  となるようになっている。すなわち、 $G_n(s)$  は入射器空

<sup>6</sup>  $f(\delta)$  は規格化されていない。

洞からの全暗電流の内の 67 % が偏向電磁石出口からダンプ終端面の間でどのように損失となるかを示している。従って、全暗電流に対する損失割合は、図 10 の中の ( ) 内の数値となる。図 10 のように、一様運動量偏差分布の場合には全暗電流量の 67 % のうち、77 % が偏向電磁石出口から 0.5 m の地点で損失となる。従って、この分布の場合には偏向電磁石出口から少なくとも 0.5 m 付近までは遮蔽した方が良さそうである<sup>7</sup>。

全暗電流量に対する損失割合を表 1 にまとめる。表 1 内のダンプ内壁での損失は、ダンプ入口から終端面にかけてのチェンバー内壁との衝突による損失量を表している。全暗電流量を仮定すれば、この表の値にその値を掛けることによって、各位置でのビーム損失量を見積もることが可能である。ただし、どのくらい全暗電流量になるかは実験してみないと分からない部分である。放射線申請では、KEK や他の研究所で行われたこれまでの試験例からこの値を推測して全暗電流量を仮定し、実際のビーム試験でそれより大きな暗電流が出た場合には、加速電圧を下げる等の対策を取って、申請で仮定した電流量を下回るようにするという方法も考えられる。

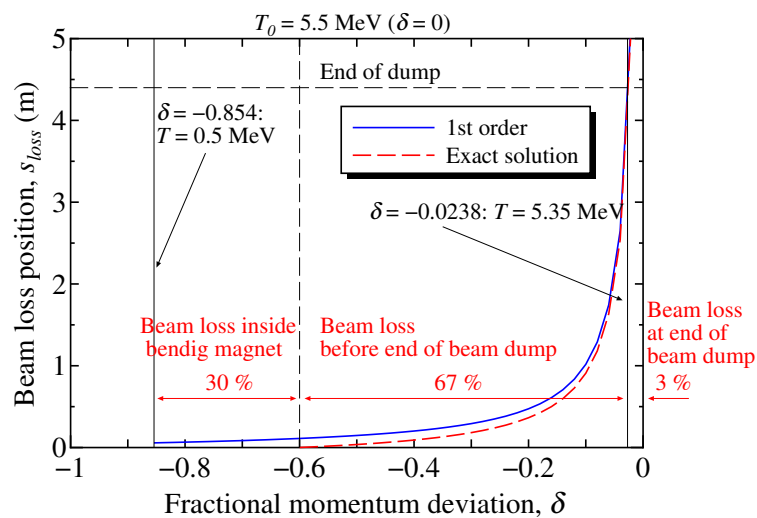


図 9: セクター型偏向電磁石の軌道の厳密解から求めた、チェンバー内壁との衝突によるビーム損失位置と運動量との関係。運動エネルギー  $T = 500 \text{ keV} - 5.5 \text{ MeV}$  の一様分布を仮定した場合、30 % が偏向電磁石内での損失となり、67 % が偏向電磁石出口からダンプ終端面までの間のチェンバー内壁との衝突によって損失となり、残りの 3 % がダンプ終端面での損失となる。1 次の分散関数から求めた場合と比べると、 $\delta$  の絶対値が大きいところで差が大きくなっている。1 次の分散関数では偏向電磁石内での損失はないが、軌道の厳密解から求めた場合には、 $\delta < -0.6$  のとき偏向電磁石内での損失となる。

<sup>7</sup>この分布の仮定が正しいかは測定してみないと分からないので注意が必要。

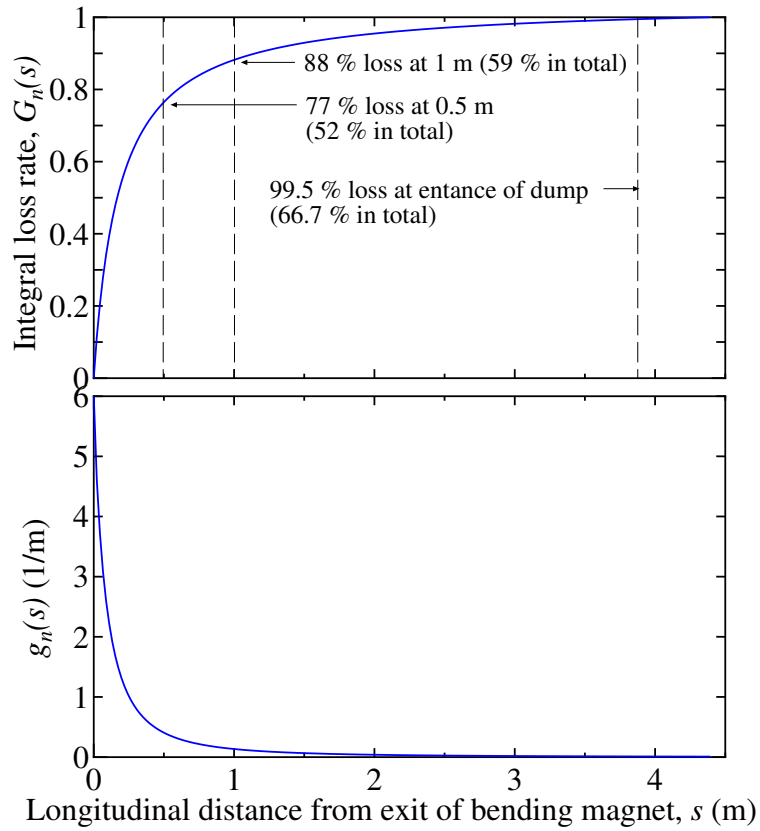


図 10: 一様運動量分布の場合の各位置での規格化したビーム損失量  $G_n(s)$  とビーム損失割合  $g_n(s)$ 。  $G_n(s)$  は内壁との衝突で損失となる量 (全暗電流の 67 %) に対しての割合を示しており、() 内の数値はこれに 67 % を掛けて全暗電流量に対する割合を示している。  $G_n(s) = 1$  のとき全暗電流量の 67 % が損失したことになる。残りの 30 % は偏向電磁石内で、3 % はダンプ終端面での損失となる。

表 1: 一様運動量分布の場合のビームロスの領域と割合。損失割合は入射器空洞からの全暗電流量に対する値。

| ビーム損失領域           | 損失割合 (%) |
|-------------------|----------|
| 偏向電磁石内            | 30       |
| $s = 0 - 0.5$ m   | 52       |
| $s = 0.5 - 1$ m   | 7        |
| $s = 1$ m - ダンプ入口 | 7.7      |
| ダンプ内壁             | 0.3      |
| ダンプ終端             | 3        |

## 4 電子銃から CW 暗電流が生じたと仮定した場合のビーム損失

ここでは、電子銃から CW で暗電流が出たと仮定して、入射器診断ラインでのビーム損失を見積もる。電子銃からの CW 暗電流が入射器超伝導空洞下流でどのようなエネルギー分布をもつかは、既に計算されており [4]、ここではその結果を利用する。損失の評価に当たっては、次の 2 段階で計算を行っている。1 段階目では、電子銃から CW で出た暗電流が入射器空洞下流でもつエネルギー分布関数  $f(\delta)$  を、トラッキングコード GPT を用いて計算する。2 段階目では、求めたエネルギー分布関数  $f(\delta)$  を用いて、ビーム損失割合を表す関数  $g_n(s)$  を求める。

### 4.1 入射器超伝導空洞下流での CW 暗電流のエネルギー分布

入射器超伝導空洞下流でのエネルギー分布は、GPT を用いて計算された。入射器空洞までのオプティクスとして、cERL 第一コミッション用のパラメタ (7.7 pC/bunch, 5.5 MeV) のオプティクス [5] を用いた。

トラッキングの初期条件として、電子銃カソード上での初期分布を決める必要がある。電子銃からの CW 暗電流は時間に依らず一定電流が出続けると考えることができるため、1.3 GHz の RF 周波数の 1 周期に渡って一様に電子が分布すると仮定することができる。電子銃を出発する時刻の差は、下流にある RF 空洞での加速位相差となって現れ、空洞下流では出発時刻に応じてエネルギーが変化することになる。そこで、図 11 に示すような出発時刻についての分布をもつ電子をトラッキングして、入射器超伝導空洞下流でのエネルギー分布を計算した。初期条件としては、出発時刻以外は全て設計電子と同じ値とし、全ての電子はカソード中心から生成され、軌道のずれはないものと仮定した。

図 12 に、入射器超伝導空洞下流での進行方向速度  $\beta_z = v_z/c$  と運動量  $p$  を示す。図 12 より電子銃を出発する時刻によって運動量が変わることがわかる。ここで、重要なのは  $p$  の分布の他に、入射器超伝導空洞から電子銃に向かって逆流する電子の割合である。これを示したのが、図 12 の上段の  $\beta_z$  であり、 $\beta_z < 0$  の場合が逆流している電子を示している。1.3 GHz の 1 周期は 769 ps であり、このうちの 100 ps の領域が逆流することになる。このとき、逆流する電子の割合は全暗電流量の 13 % となる。言い換えると、全暗電流量の 87 % が入射器診断ラインでビーム損失を引き起こすことになる。

図 12 の  $p$  に関する分布では、逆戻り領域によって分布が分断されているため、右端の領域を左端に折り返して連続した分布にしたのが、図 13 の分布である。

次に、運動量偏差  $\delta$  に対する密度関数  $f(\delta)$  を求める。図 14 に図 13 のトラッキング結果から求めた  $f(\delta)$  を示す。 $f(\delta)$  は図 13 の結果のヒストグラムを計算することによって得られた。図 14 からわかるように、 $\delta$  の分布は大雑把に 2 つのピークをもち、一つは設計運動量 ( $\delta = 0$ ) 付近に、もう一つは  $\delta = -0.2$  付近にピークがある。また、ここでビームダンプ終端面での損失量とそれより手前の部分でチェンバー内壁との衝突によって損失となる量を分けておく。 $|\delta| \leq 0.0238$  の場合、電子はダンプ終端面に当たることになり、この割合は全暗電流量に対して 33 % である。全暗電流量の 0.2 % は偏向電磁石内でのビーム損失となる。一方ダンプ端面より手前でチェンバー内壁との衝突によって損失する割合は全暗電流量に対して 53.8 % となる。次の計算では、この 53.8 % が偏向電磁石出口からダンプ終端面までの間でどのように分布するかを見積もる。

以上ここまでで、電子銃からの CW 暗電流が入射器超伝導空洞下流でどのようなエネルギー分布関数をもつかを計算したことになる。次に、求めた  $f(\delta)$  から式 (38) を用いて座標  $s$  についてのビーム損失割合関数を求める。

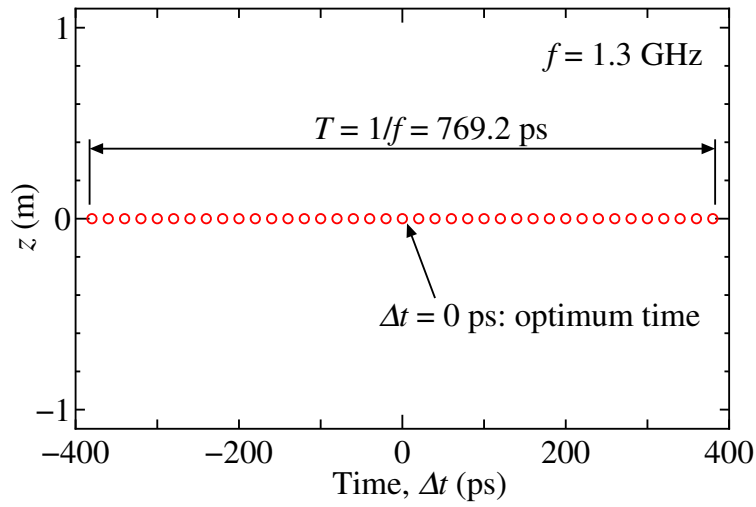


図 11: 電子銃から出発する電子群の時刻分布。横軸は設計電子からの出発時刻差を表す。CW で出続けると仮定すると出発時刻に対して一様分布となる。 $\Delta t = 0$  ps の時が、最適位相。最適位相の周りで 1.3 GHz の一周期に渡って一様に分布するとする。

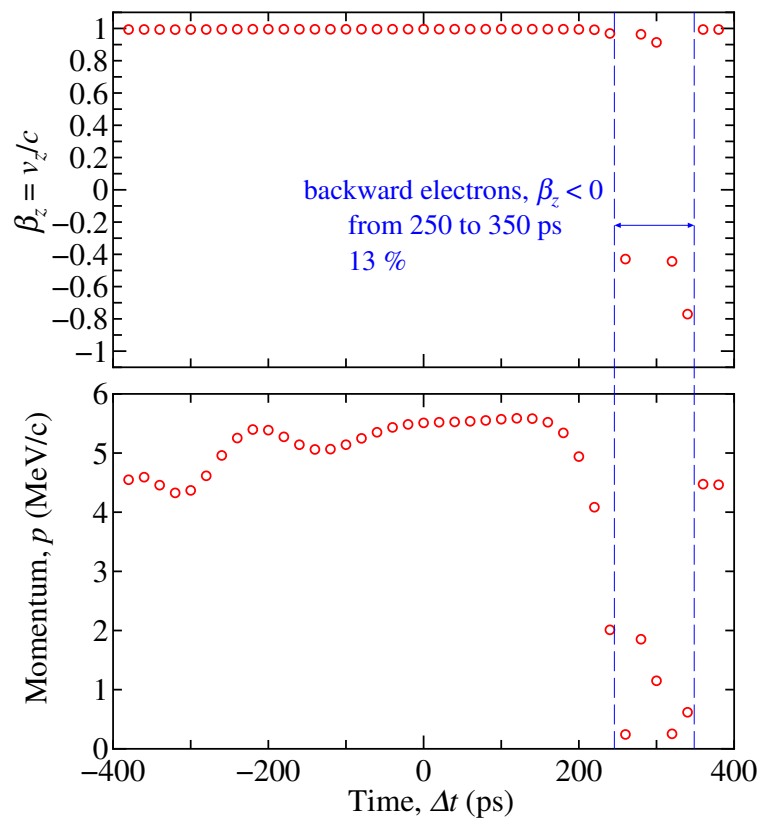


図 12: 電子銃からの CW 暗電流についての入射器超伝導空洞後の進行方向速度  $\beta_z$  と運動量の分布。 $\beta_z < 0$  の領域（全暗電流量に対して 13 %）の電子群が電子銃側へ逆戻りする。残りの 87 % の電子が入射器診断ラインに到達する。

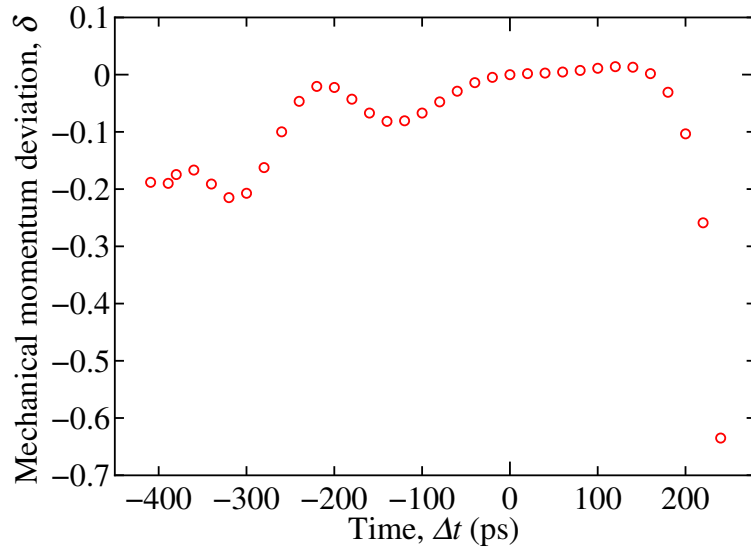


図 13: 入射器診断ラインに到達する電子群の規格化運動量偏差。図 12 の  $p$  に関する分布で、逆戻り領域で分断された右側の領域を左端に折り返して、 $\Delta t$  に関して連続な分布とした。

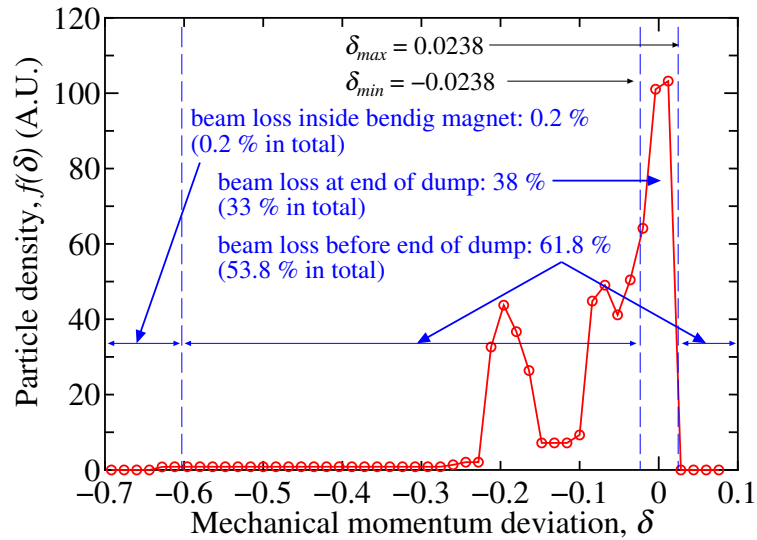


図 14: 入射器診断ラインに到達する電子群の規格化運動量偏差の分布。 $\delta_{min}$  から  $\delta_{max}$  の領域内の電子群は、ビームダンプ終端まで到達し、終端面での損失となる。( ) 内の数値は全暗電流量に対する割合を示しており、偏向電磁石内での損失割合は 0.2 %、終端部での損失割合は 33 %、それより手前でチェンバー内壁との衝突で損失する割合は 53.8 % となり、合計で入射器診断ラインでの損失は 87 % となる。



## 4.2 電子銃からの CW 暗電流によるビーム損失割合の分布

ここでは、トラッキングから求めた  $f(\delta)$  より式 (38) を用いて座標  $s$  についてのビーム損失割合関数を求める。

図 15 に図 14 の  $f(\delta)$  を式 (31) を用いて  $f(s)$  に変換した値を示す。式 (38) に示すように、 $f(s)$  と  $d\delta/ds$  の積によって、 $g(s)$  を求めることができる。規格化したビーム損失割合の分布関数  $g_n(s)$  と積分損失割合  $G_n(s)$  を図 16 に示す。図 16 の  $G_n(s)$  の () 内の値は、全暗電流量に対する損失割合を示している。図 16 の  $g_n(s)$  が示すように、0.25 - 0.5 m の領域で大きなビーム損失が発生していることがわかる。全暗電流量に対する損失割合を見ると、この区間で 18.8 % の損失が発生している。従って、この区間は他の部分より厚い遮蔽が必要な区間となる。

表 2 に電子銃 CW 暗電流の損失割合をまとめる。電子銃 CW 暗電流によるビーム損失は、偏向電磁石出口下流では 0.25 - 0.5 m 区間で高い損失量を示し、他の区間でもある程度一様に損失が起きていることがわかる。また、電子銃側への逆戻りも 13 % あり、これについては別途検討が必要である。

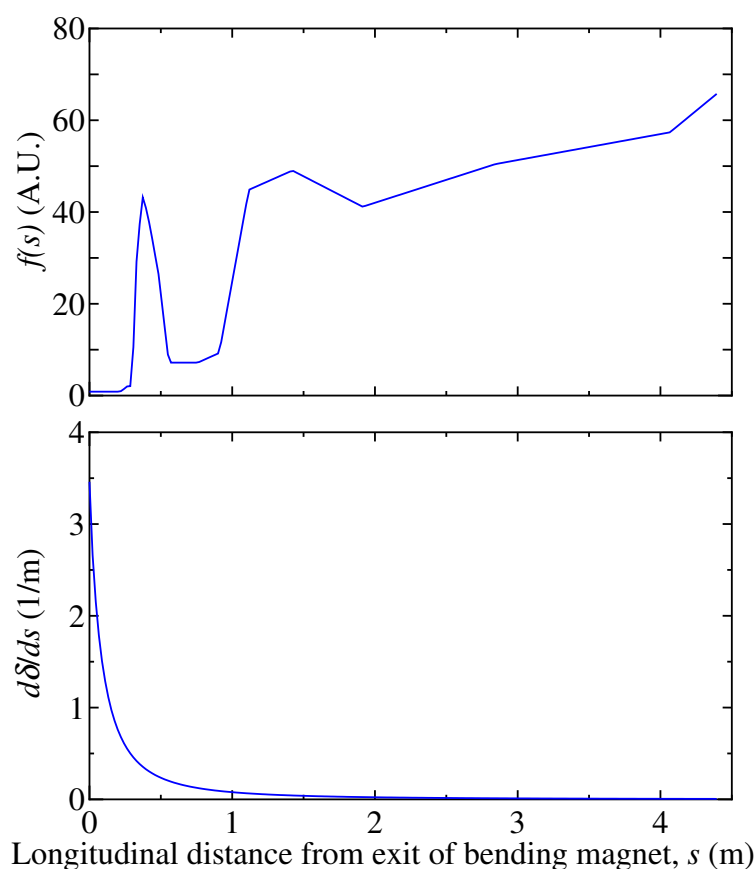


図 15: 規格化運動量偏差の分布からビーム損失位置への関数  $f(s)$  への変換。 $f(s)$  と  $d\delta/ds$  の積で、各位置でのビーム損失割合  $g_n(s)$  が求まる。

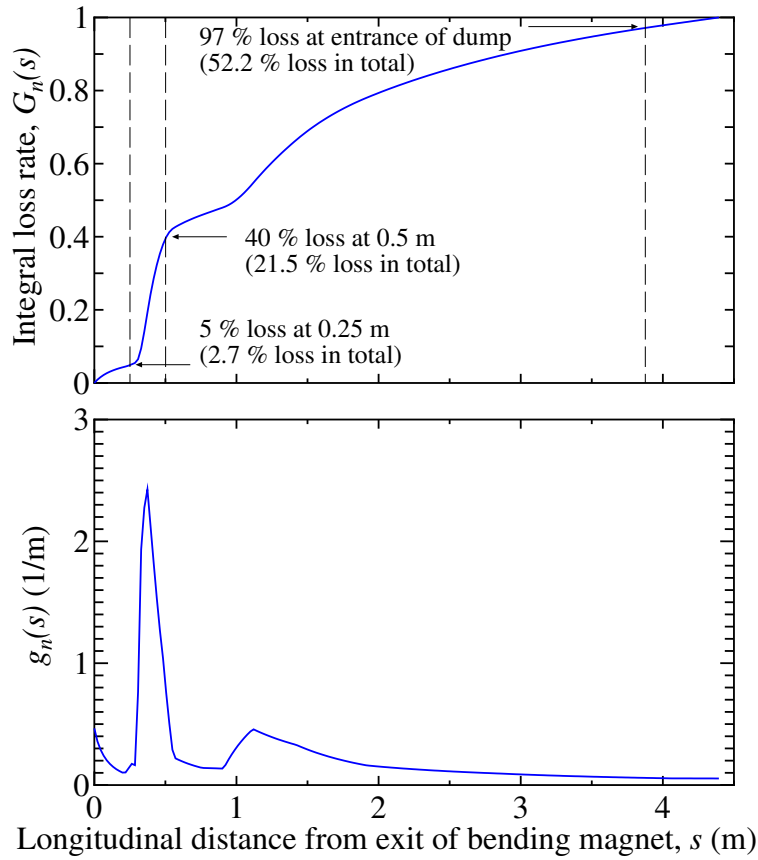


図 16: 電子銃からの CW 暗電流の場合の各位置での規格化したビーム損失量  $G_n(s)$  と規格化したビーム損失割合  $g_n(s)$ 。  $G_n(s)$  はダンプ終端面より手前のチェンバー内壁との衝突による損失量に対する割合を示している。() 内の数値は全暗電流量に対する割合を示しており、  $G_n(s_d) = 1$  は、全暗電流量に対して 53.8% 損失したことを示す。

表 2: 電子銃から出た CW 暗電流のビームロスの領域と割合。損失割合は電子銃からの全暗電流量に対する値。

| ビーム損失領域             | 損失割合 (%) |
|---------------------|----------|
| 入射器空洞から電子銃側へ逆戻り     | 13       |
| 偏向電磁石内              | 0.2      |
| $s = 0 - 0.25$ m    | 2.7      |
| $s = 0.25 - 0.5$ m  | 18.8     |
| $s = 0.6$ m - ダンプ入口 | 30.7     |
| ダンプ内壁               | 1.6      |
| ダンプ終端               | 33       |

## 5 まとめ

入射器診断ラインでのビーム損失量を見積もるために、損失となる起源として電子銃からの CW 暗電流と、入射器超伝導空洞からの一様エネルギー分布をもった暗電流を仮定して、損失割合の計算を行った。一様エネルギー分布をもつ場合は、偏向電磁石出口から 0.5 m までの区間で全暗電流量の 59 % が損失することがわかった。また、電子銃からの CW 暗電流の場合も、偏向電磁石出口から 0.25 - 0.5 m の区間で、他の部分より一桁程度高いビーム損失割合となることがわかった。これらの結果より、偏向電磁石出口から 1 m 程度の区間は遮蔽を強化しておいた方が良いと思われる。

ただし、これらの計算結果では、全暗電流量の値については仮定しておらず、あくまで割合を計算したに過ぎない。次の問題としては、どれくらいの全暗電流量になるかということであるが、これについては実際にビーム試験を行ってみたいと分からない部分である。全暗電流量については、これまでの電子銃の運転の経験や、JLAB 等での実験結果により数 10 nA を仮定して計算を進めるのが一つの可能性として考えられる。電子銃や超伝導空洞の開発状況によっては新たな知見が得られるかもしれないので、それを随時参照して精度を上げていくことも必要である。

## 参考文献

- [1] 宮島 司, "cERL でのビーム損失評価の基本方針の検討", 2012/05/11.
- [2] 本田 融, private communication.
- [3] 本田 洋介, "入射器診断ラインにおけるエネルギー測定について", 2012/05/04.
- [4] 宮島 司, "電子銃から CW で暗電流が出た時のビーム損失の評価", 2012/06/01.
- [5] 宮島 司, "cERL 入射器診断ライン入口での Twiss パラメタ 7.7 pC/bunch, 5 MeV の場合", 2012/02/03.