

ERL主空洞の要求RF安定度について

2011年8月31日(水)13時30分
ビームダイナミクスWG打合せ
中村 典雄

ERLのパラメータと特長

- 運動量・エネルギー幅

$$\sigma_p/p \approx \sigma_E/E \approx 10^{-4} \text{ (通常モード: on-crest加速)}$$

$$\sigma_p/p \approx \sigma_E/E \approx 10^{-3} \text{ (バンチ圧縮モード: off-crest加速)}$$

- バンチ長

$$\sigma_t \approx 1\text{-}3 \text{ ps (通常モード: on-crest加速)}$$

$$\sigma_t < 100 \text{ fs (バンチ圧縮モード: off-crest加速)}$$

→ 小運動量幅、超短バンチは蓄積リングでは実現困難である。

→ これらの特長を活かすには高いRF安定度が要求される。

運動量変動による光源輝度の劣化

● 実効アンジュレータスペクトル幅

$$\frac{\Delta\varepsilon_{ph}}{\varepsilon_{ph}} \approx \sqrt{\left(\frac{1}{kN_u}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2}$$

$\Delta\varepsilon_{ph}$: 光子エネルギー幅

ε_{ph} : 光子エネルギー

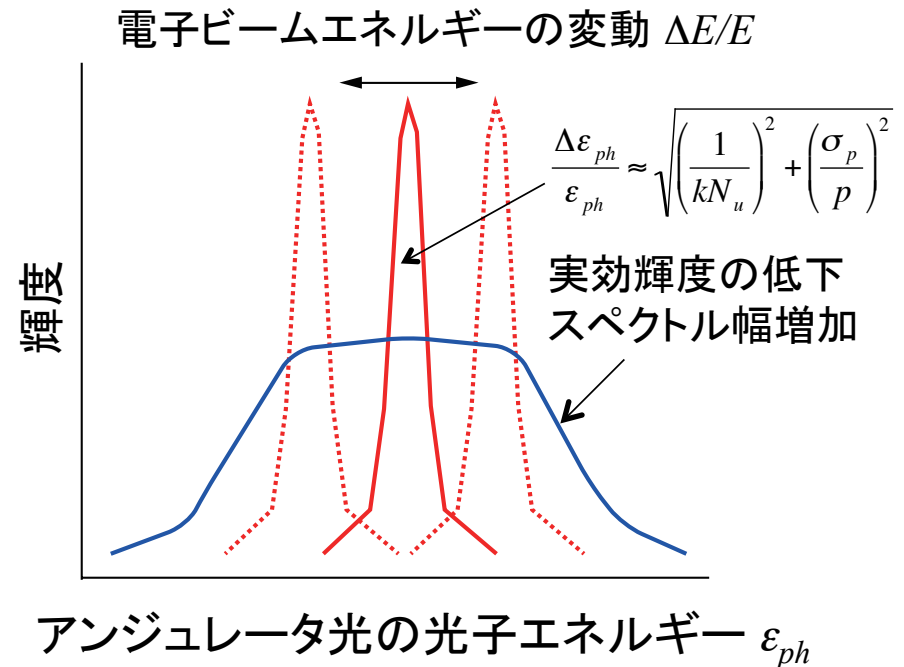
N_u : アンジュレータ周期数

k : 高次光の次数

σ_p : 電子ビームの運動量幅(rms)

Δp : 電子ビームの運動量変動(rms)

p : 電子ビームの運動量



運動量変動は実効的にエネルギー幅を広げて輝度を劣化させる。

輝度が劣化しない条件: $\frac{\Delta p}{p} \ll \frac{\sigma_p}{p}$

運動量変動による短パルス特性の劣化

- 実効バンチ長 (バンチ圧縮モード)

$$\sigma_{t,eff} = \sqrt{\sigma_t^2 + (\Delta T)^2}$$

$$\Delta T = \frac{R_{56}}{c\beta} \frac{\Delta p}{p}$$

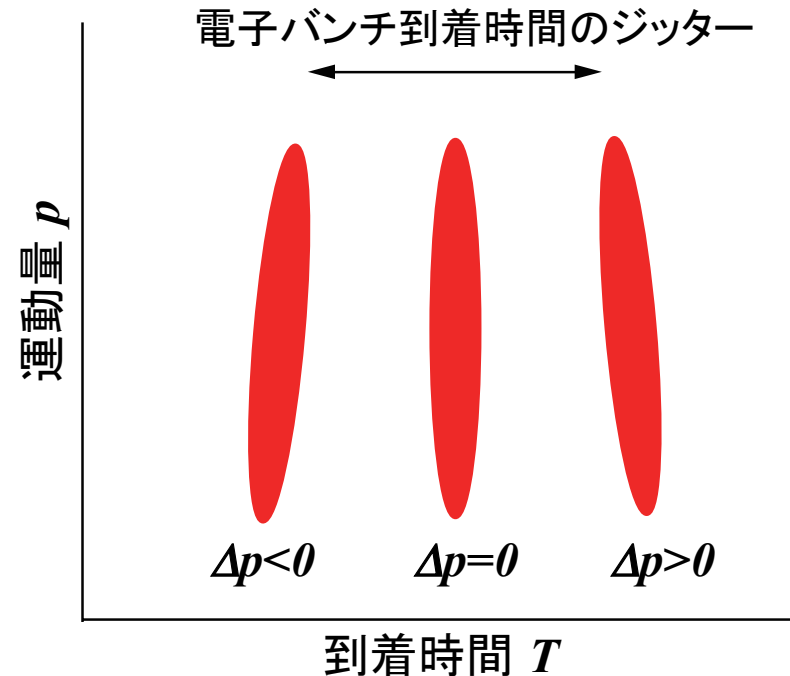
σ_t : バンチ長

ΔT : 到着時間ジッター (rms)

R_{56} : 電子行路のエネルギー依存

p : 電子ビームの運動量

Δp : 電子ビームの運動量変動 (rms)



運動量変動は到着時間ジッターによる実効的なバンチ長増大を生む。

短パルス特性が劣化しない条件: $\sigma_t \gg \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} \ll \frac{c\sigma_t}{R_{56}} \quad (\beta \approx 1)$

RF変動と運動量変動

- 通常モード (on-crest加速)

$$V = V_0 \cos \phi_0 \approx V_0$$

$$\Delta V = \Delta V_0 \cos \phi_0 - \Delta V_0 \Delta \phi_0 \sin \phi_0 - \frac{V_0 (\Delta \phi_0)^2}{2} \cos \phi_0 \approx \Delta V_0 - \frac{V_0 (\Delta \phi_0)^2}{2}$$

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V_0}{V_0} - \frac{(\Delta \phi_0)^2}{2} \quad (eV \gg \gamma_i mc^2, \beta_i \approx 1)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_V = \frac{\Delta V_0}{V_0}, \quad \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_\phi = \frac{(\Delta \phi_0)^2}{2}$$

- バンチ圧縮モード (off-crest加速)

$$V = V_0 \cos \phi_0$$

$$\Delta V = \Delta V_0 \cos \phi_0 + V_0 \sin \phi_0 \cdot \Delta \phi_0$$

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V_0}{V_0} + \Delta \phi_0 \cdot \tan \phi_0 \quad (eV \gg \gamma_i mc^2, \beta_i \approx 1)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_V = \frac{\Delta V_0}{V_0}, \quad \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_\phi = \Delta \phi_0 \cdot \tan \phi_0$$

空洞全体の要求RF安定度(1)

RF安定度の条件(1): 運動量変動 \ll 運動量幅

- 通常モード(on-crest加速)

$$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{v,\phi} \ll \frac{\sigma_p}{p} \approx 10^{-4}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta V_0}{V_0} \ll 10^{-4}, \Delta\phi_0 \ll 0.81^\circ$$

- バンチ圧縮モード(off-crest加速)

$$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{v,\phi} \ll \frac{\sigma_p}{p} \approx 10^{-3}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta V_0}{V_0} \ll 10^{-3}, \Delta\phi_0 \ll 0.066^\circ \quad (\phi_0 = 15^\circ)$$

空洞全体の要求RF安定度(2)

RF安定度の条件(2): 到着時間変動 \ll バンチ長

- バンチ圧縮モード(off-crest加速)

$$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{V,\phi} \ll \frac{c\sigma_t}{R_{56}} \approx 10^{-4} \quad (\sigma_t = 50 \text{ fs}, R_{56} = 0.15 \text{ m})$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_0}{V_0} \ll 10^{-4}, \quad \Delta\phi_0 \ll 0.021^\circ \quad (\phi_0 = 15^\circ)$$

- 通常モード(on-crest加速)

特にRF安定度に制限を与えない($R_{56}=0$)。

($R_{56} \neq 0$ の場所では別途考慮する必要がある。)

要求RF安定度(主空洞全体): 振幅 $\ll 0.01\%$, 位相 $\ll 0.02^\circ$

RF変動と運動量変動(ユニット単体)

$$V = \sum_{i=1}^N V_{u0,i} \cos \phi_{u0,i} \approx N V_{u0} \cos \phi_{u0} \quad (V_{u0,1} \approx \dots \approx V_{u0,N} \approx V_{u0}, \phi_{u0,1} \approx \dots \approx \phi_{u0,N} \approx \phi_{u0})$$

- RF振幅位相が同相で変動する場合

$$\Delta V = N(\Delta V_{u0} \cos \phi_{u0} + V_{u0} \sin \phi_{u0} \cdot \Delta \phi_{u0})$$

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}} + \Delta \phi_{u0} \cdot \tan \phi_{u0} \Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_V = \frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}}, \quad \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_\phi = \Delta \phi_{u0} \cdot \tan \phi_{u0}$$

- RF振幅位相がランダムに変動する場合

$$\Delta V = \sqrt{N(\Delta V_{u0})^2 \cos^2 \phi_{u0} + N V_{u0}^2 \sin^2 \phi_{u0} \cdot (\Delta \phi_{u0})^2}$$

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\left(\frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}} \right)^2 + (\Delta \phi_{u0})^2 \cdot \tan^2 \phi_{u0}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_V = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}}, \quad \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_\phi = \frac{1}{\sqrt{N}} \Delta \phi_{u0} \cdot \tan \phi_{u0}$$

→ ユニット間の変動がランダムな場合、ユニットの安定度は $N^{1/2}$ 緩くなる。

ユニット毎の要求RF安定度(1)

RF安定度の条件(1): 運動量変動 \ll 運動量幅

- RF振幅位相が同相で変動する場合

通常モード $\Rightarrow \frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}} \ll 10^{-4}, \Delta\phi_{u0} \ll 0.81^\circ (\phi_{u0} = 0^\circ)$

バンチ圧縮モード $\Rightarrow \frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}} \ll 10^{-3}, \Delta\phi_{u0} \ll 0.066^\circ (\phi_{u0} = 15^\circ)$

- RF振幅位相がランダムに変動する場合 ($N=200$)

通常モード $\Rightarrow \frac{\Delta V_{0u}}{V_{0u}} \ll 1.4 \times 10^{-3}, \Delta\phi_{0u} \ll 3.0^\circ (\phi_{u0} = 0^\circ)$

バンチ圧縮モード $\Rightarrow \frac{\Delta V_{0u}}{V_{0u}} \ll 1.4 \times 10^{-2}, \Delta\phi_{0u} \ll 3.0^\circ (\phi_{u0} = 15^\circ)$

ユニット毎の要求RF安定度(2)

RF安定度の条件(2): 到着時間変動 \ll バンチ長
(バンチ圧縮モードのみ)

- RF振幅位相が同相で変動する場合

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}} \ll 10^{-4}, \Delta\phi_{u0} \ll 0.021^\circ \quad (\phi_{u0} = 15^\circ)$$

- RF振幅位相がランダムに変動する場合 ($N=200$)

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_{u0}}{V_{u0}} \ll 1.4 \times 10^{-3}, \Delta\phi_{u0} \ll 0.30^\circ \quad (\phi_{u0} = 15^\circ)$$

要求RF安定度(ユニット単体): 振幅 $\ll 0.1-0.01\%$, 位相 $\ll 0.3-0.02^\circ$

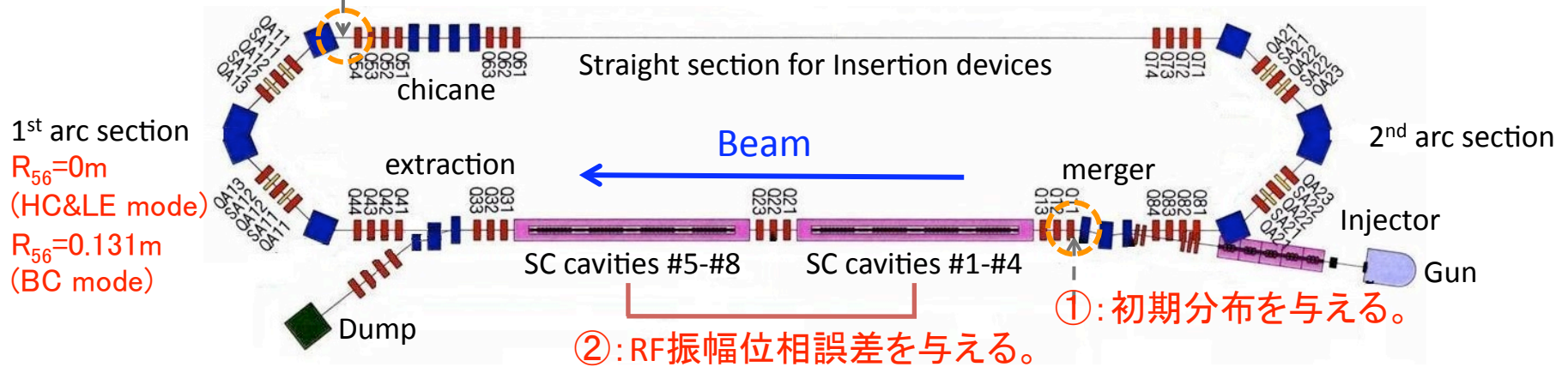
まとめ

- 3GeV ERL光源で要求される主加速空洞のRF振幅位相安定度を概算で見積もった。
- ERLの持つ超高輝度や超短パルス特性を実効的に劣化させないためには、主空洞によるビームの運動量(エネルギー)変動を 10^{-4} よりも小さく抑える必要がある。
- 主加速空洞のRF振幅位相の安定度は全体としてそれぞれ、0.01%、0.01°レベルあるいはそれ以下であることが要求される。
- 主加速空洞ユニット毎のRF振幅位相の安定度はユニット間の変動の相関に依存する。完全なランダム変動では、200ユニットで全体の安定度よりも1桁程度緩くなる。

以前のcERLでの計算結果
(参考)

コンパクトERLの構成とパラメータ

③: ビームパラメータのRF振幅位相誤差による変動を計算する。

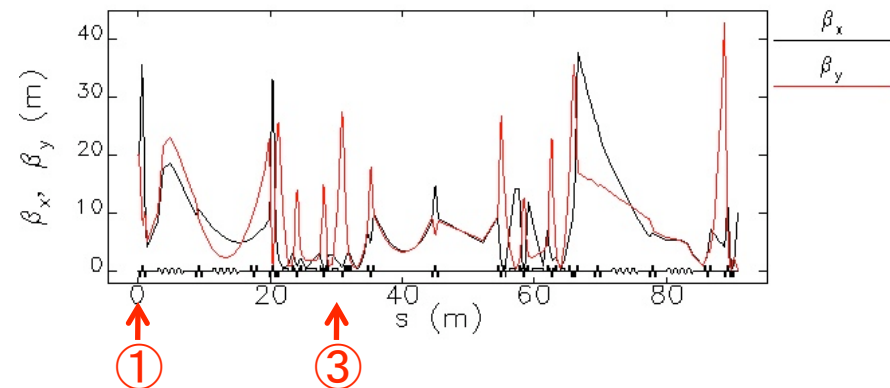
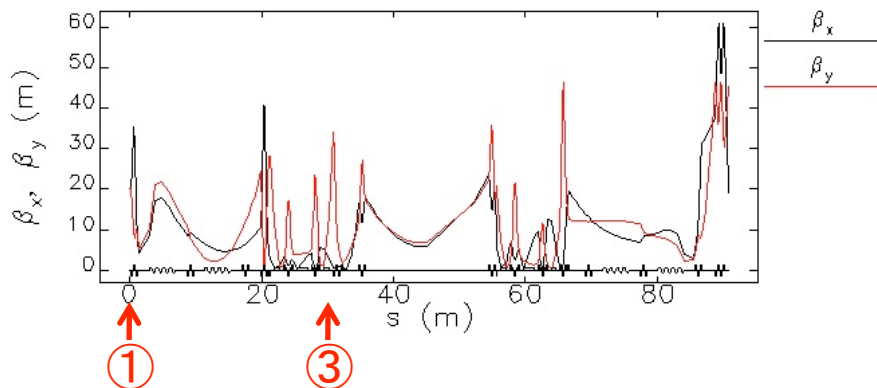


大電流(HC)&低エミッタンス(LE)モード

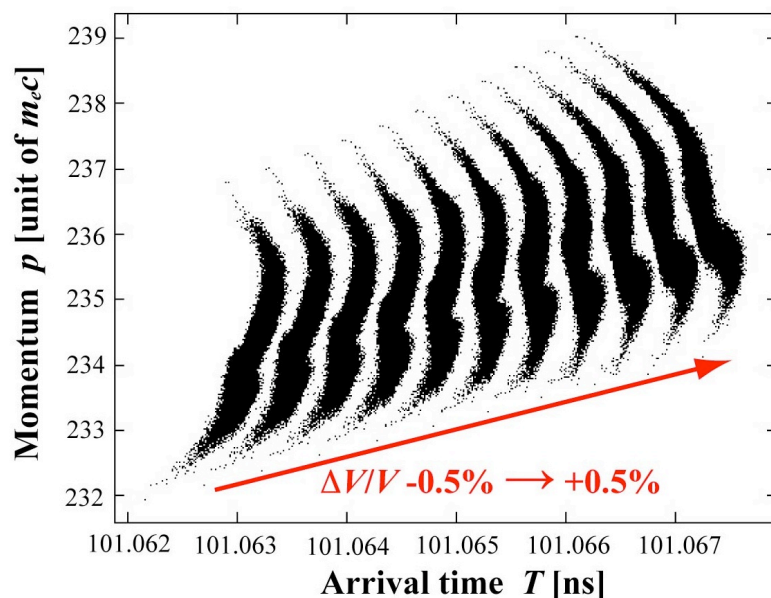
初期バンチ長	2[ps]
初期規格化エミッタンス	1(HC), 0.1(LE) [mm mrad]
初期運動量偏差	2×10^{-3}
電荷量	77(HC), 7.7(LE) [pC]
入射エネルギー	5[MeV]
加速エネルギー&位相	120[MeV], $\sim 0^\circ$

バンチ圧縮(BC)モード

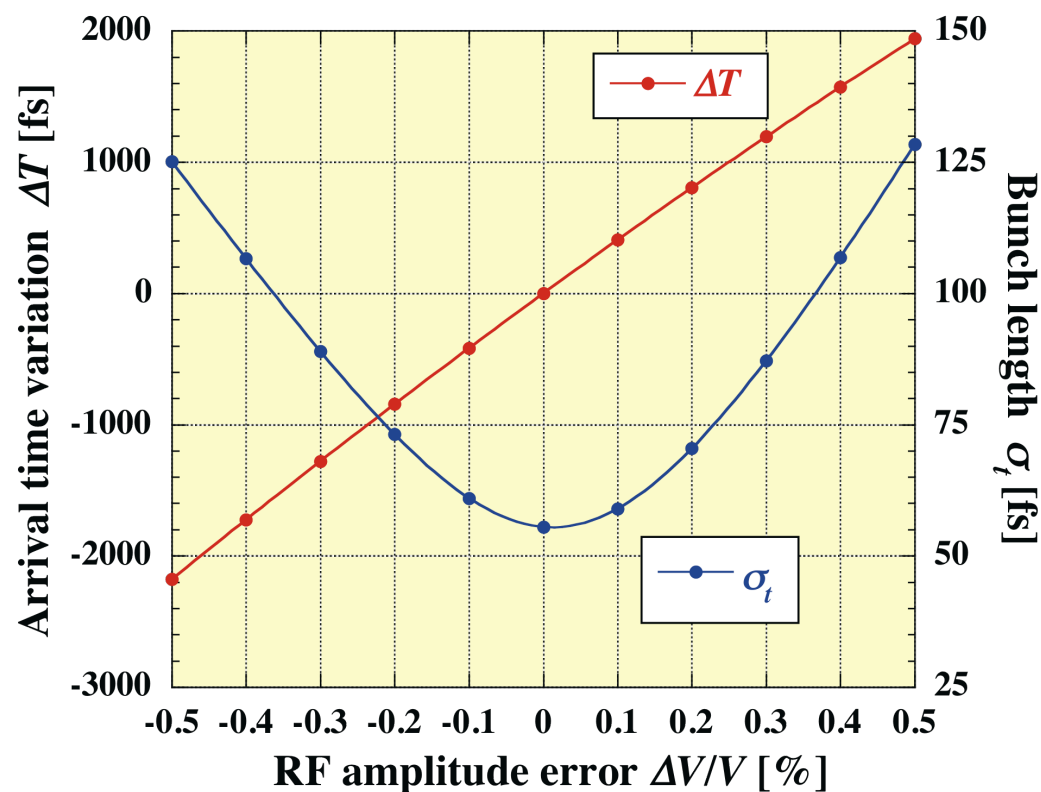
初期バンチ長	1[ps]
初期規格化エミッタンス	1[mm-mrad]
初期運動量偏差	2×10^{-3}
電荷量	77[pC]
入射エネルギー	5[MeV]
加速エネルギー&位相	120[MeV], $\sim 15^\circ$



RF振幅誤差の影響(バンチ圧縮モード)



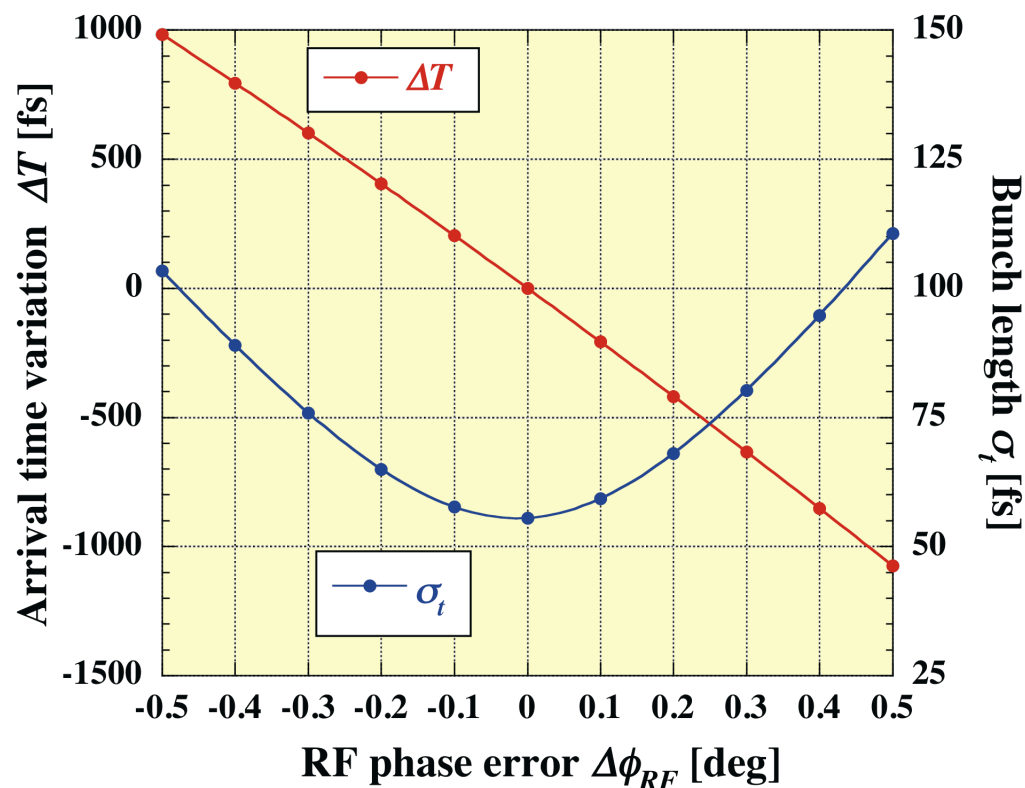
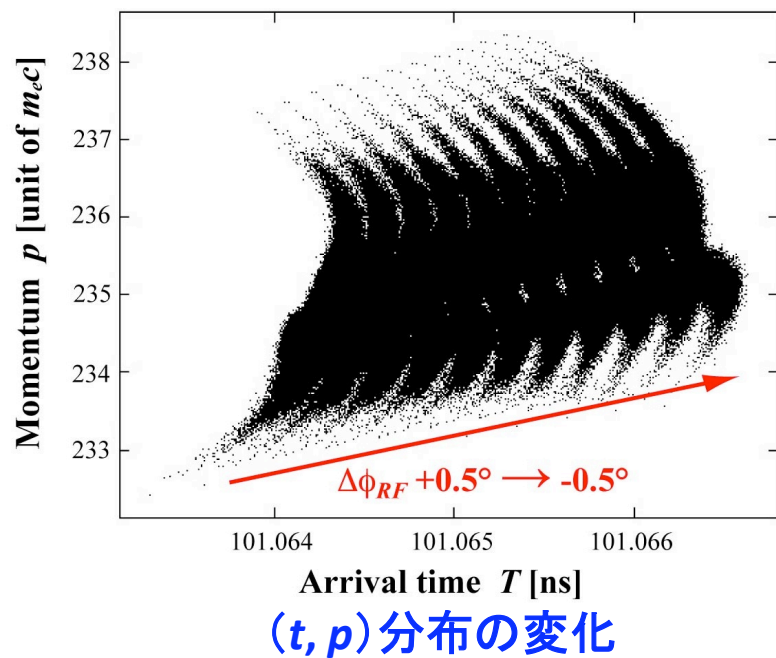
(t, p)分布の変化



到着時間とバンチ長の振幅誤差依存性

- ・ 振幅誤差0.1%で約400fsの時間変動が生じる。
- ・ R_{56} による時間変動($\Delta T \approx R_{56}/c \times \Delta V/V$) とほぼ一致する。

RF位相誤差の影響 (バンチ圧縮モード)



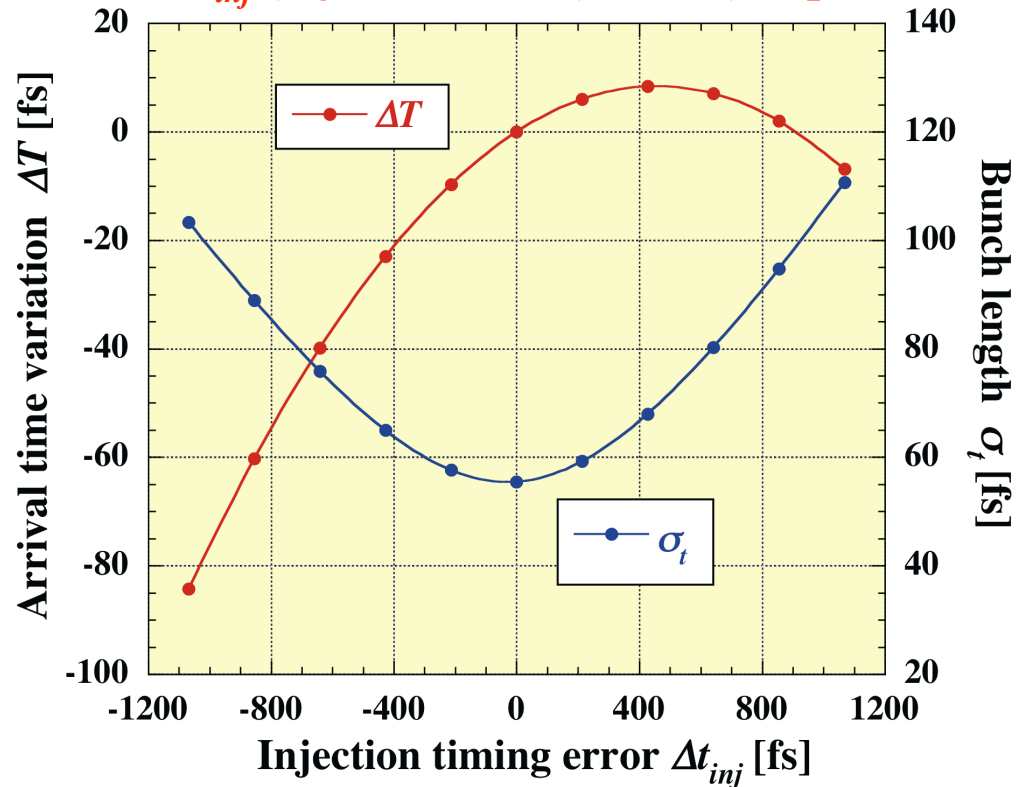
到着時間とバンチ長の位相誤差依存性

- 位相誤差 0.1° で約 200fs の時間変動になる。
- R_{56} による時間変動($\Delta T \approx R_{56}/c \times \Delta\phi_{RF} \times \tan\phi_{RF}$) とほぼ一致する。

入射タイミング誤差の影響 (バンチ圧縮モード)

Arrival time variation:

$$\Delta T = \Delta t_{inj} \text{ (injection error)} + \Delta T \text{ (RF phase error)}$$



到着時間とバンチ長の入射タイミング誤差依存性

- 入射タイミング誤差による時間変化は、RF位相変化による時間変化でほぼ相殺される。
- ここでは純粹に入射タイミングのみが変化するという仮定。実際は、その原因となる入射部各種誤差により他のビームパラメータと結合。→ 第34、35回BDWG報告(宮島)

パラメータの変動(バンチ圧縮モード)

Error	$\Delta V/V$	$\Delta\phi_{RF}$	Δt_{inj}
	-0.1/0.1 %	-0.1/0.1 °	-200/200 fs
Arrival time	-417/408 fs	204/-208 fs	-9.7/6.0 fs
Bunch length	9.9/6.3 %	3.8/6.7 %	3.6/6.3 %
Momentum	-0.092/0.094 %	-0.045/0.044 %	-0.042/0.041 %
Momentum spread	< 1 %	< 2 %	< 2 %
Hor. emittance	-2.3/5.5 %	2.7/-1.1 %	2.5/-1.0 %
Vert. emittance	4.5/-1.6 %	-1.3/2.1 %	-1.2/2.0 %

*Arrival timeは基準時間からの差。それ以外は基準値に対する相対的変化

** Hor./Vert. emittanceは共に規格化エミッタンス

- RF振幅位相誤差0.1%&0.1°(rms)では到着時間変動の点で不十分である。圧縮後のバンチ長56fsより時間変動大きく、実効的なバンチ長増大になる。
- 入射タイミング誤差は、200fs(rms)以内であれば大きな問題はない。

パラメータの変動(大電流モード)

Error	$\Delta V/V$	$\Delta\phi_{RF}$	Δt_{inj}
	-0.1/0.1 %	-0.1/0.1 °	-200/200 fs
Arrival time	-25/1.3 fs	-0.11/0.16 fs	-200/200 fs
Bunch length	< 1 %	< 1 %	< 1 %
Momentum	-0.096/0.096 %	< 0.0002 %	< 0.0002 %
Momentum spread	< 1 %	-4.7/7.1 %	-4.4/6.6 %
Hor. emittance	< 1 %	< 1 %	< 1 %
Vert. emittance	< 1 %	< 1 %	< 1 %

- RF振幅位相誤差0.1%&0.1°(rms)で当面は大きな問題はない。
- ただし、RF振幅変動0.1%による運動量変動が第1アーク出口での運動量幅 1.7×10^{-4} より大きいので、将来のユーザー実験等で問題になる可能性がある。
- 入射タイミング誤差200fs(rms)で十分である。

パラメータの変動(低エミッタンスモード)

Error	$\Delta V/V$	$\Delta\phi_{RF}$	Δt_{inj}
	-0.1/0.1 %	-0.1/0.1 °	-200/200 fs
Arrival time	-24/2.4 fs	-0.02/0.08 fs	-200/200 fs
Bunch length	< 1 %	< 1 %	< 1 %
Momentum	-0.096/0.096 %	< 0.0002 %	< 0.0002 %
Momentum spread	< 1 %	< 2 %	< 2 %
Hor. emittance	< 1 %	< 1 %	< 1 %
Vert. emittance	< 1 %	< 1 %	< 1 %

- ・ RF振幅位相誤差0.1%&0.1°(rms)で当面は大きな問題はない。
- ・ ただし、RF振幅変動0.1%による運動量変動が第1アーク出口での運動量幅 2×10^{-4} より大きいので、将来のユーザー実験等で問題になる可能性がある。
- ・ 入射タイミング誤差200fs(rms)で十分である。