

コンパクトERLにおける 主加速空洞アライメント誤差の影響(3)

東京大学物性研究所

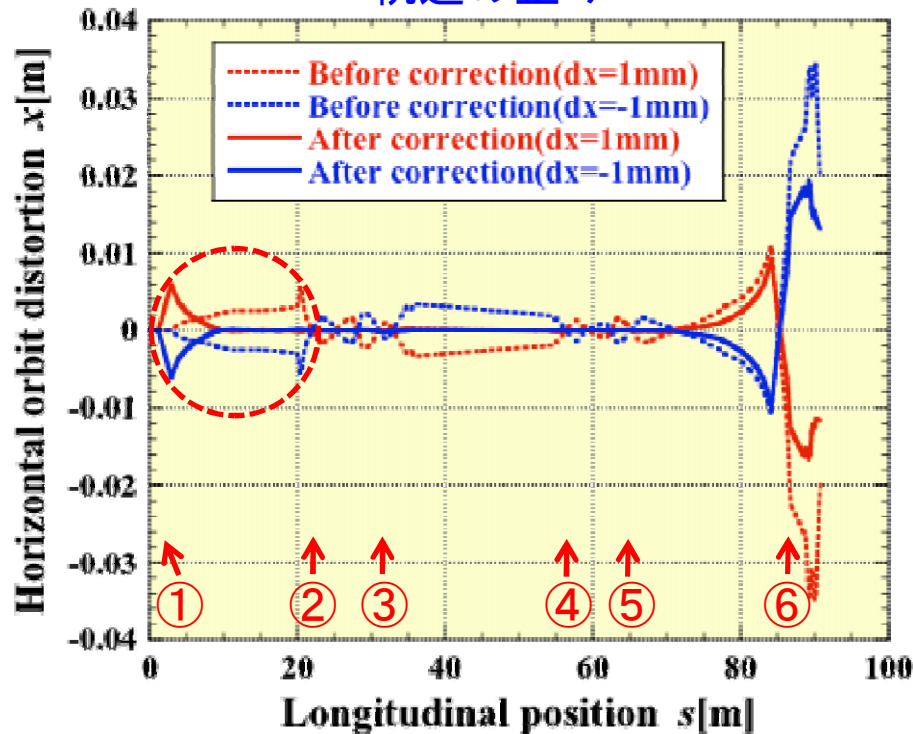
中村 典雄

前回報告の結果と課題

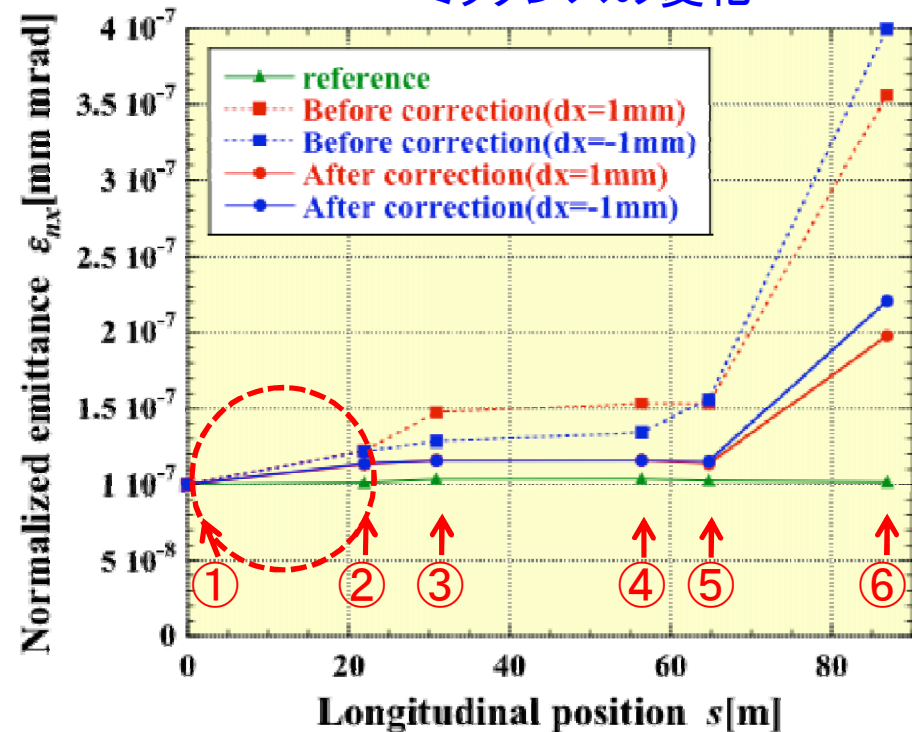
低エミッタンスモードにおける主空洞設置誤差の影響と軌道補正効果

空洞#1-#8の水平設置誤差 $\pm 1\text{mm}$ (8空洞とも同方向の場合: pppppppp)

軌道の歪み



エミッタンスの変化



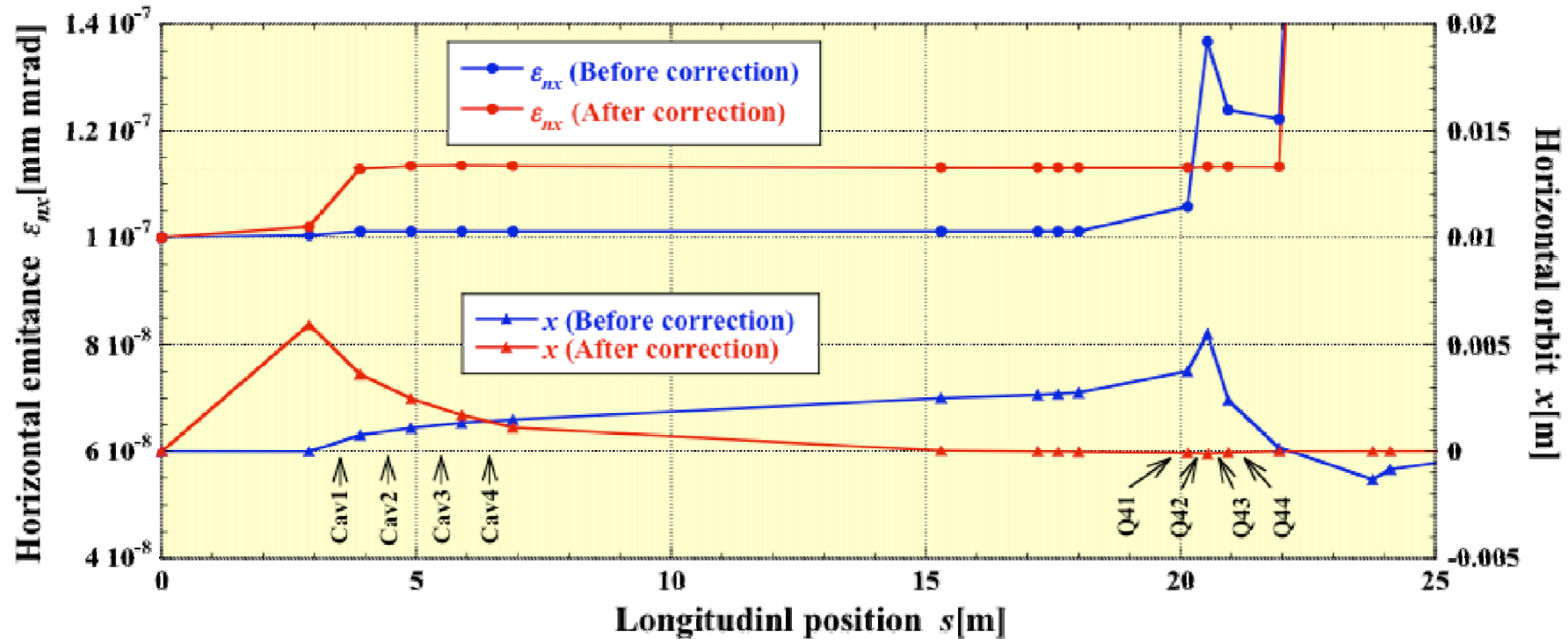
- 軌道補正後でも直線部(③④間)で16%程度のエミッタンス増大が残る。

→ 原因の解明(課題)

加速空洞直線部でのエミッタンス増大

中心軌道の歪みとエミッタンス変化(軌道補正前後)

空洞#1-#8の水平設置誤差+1mm (8空洞とも同方向の場合 : pppppppp)



- ・ 軌道補正前のエミッタンス増大は四極電磁石 (Q41-Q44) で起きている。
- ・ 軌道補正後のエミッタンス増大は加速空洞 (特に第1空洞) で起きている。
- ・ どちらも各要素の色収差による可能性がある。

四極電磁石と加速空洞の収束力

運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\gamma m \frac{dx}{dt} \right) = F_x \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{(\gamma\beta)'}{\gamma\beta} x' = \frac{F_x}{p\beta c} \quad \left(x' = \frac{dx}{ds}, s = \beta ct, p = \gamma m\beta c \right)$$

(1) 四極電磁石(長さ L)

$$F_x = -evB_y = -e\beta c g x \quad \rightarrow \quad x'' + K_{QM}(p) \cdot x = 0$$

$$K_{QM} = \frac{e g}{p} L, \quad k_{QM} = K_{QM} L = \frac{e g}{p} L$$

(2) 加速空洞(長さ L)

$$F_x = -\frac{e^2 E_d^2}{8\gamma m c^2} x, \quad \beta' = 0, \quad \gamma' = \frac{e E_d}{m c^2} \quad \rightarrow \quad x'' + \frac{\gamma'}{\gamma} x' + K_{CA}(p) x = 0$$

$$K_{CA} = \frac{1}{8} \left(\frac{\gamma'}{\gamma\beta} \right)^2 = \frac{1}{8} \left(\frac{\gamma' m c}{p} \right)^2 = \frac{1}{8} \left(\frac{e E_d}{p c} \right)^2$$

$$k_{CA} = k_{CA}(p_i) + \overline{K_{CA} L} - k_{CA}(p_f) \quad \left(k_{CA} = \frac{\gamma'}{2\gamma\beta^2} = \frac{e E_d}{2 p c} \right)$$

色収差のエミッタンスへの影響(1)

収束力による電子の位置・角度の変化(薄肉近似)

$$x = x_0, \quad \gamma\beta x' = \gamma_0\beta_0 \left\{ x'_0 - \frac{kx_0}{(1+\delta)^2} \right\} = \gamma_0\beta_0 \{ x'_0 - kx_0(1-a\delta) \} \quad \left(\delta = \frac{\Delta p}{p} \ll 1 \right)$$

規格化エミッタンスへの影響

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= \gamma\beta \sqrt{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle \langle (x' - \langle x' \rangle)^2 \rangle - \langle (x - \langle x \rangle)(x' - \langle x' \rangle) \rangle^2} \\ &\quad \downarrow \\ \varepsilon_n^2 &= \varepsilon_{n0}^2 + 2a\gamma_0\beta_0 k \left\{ \langle x_0^2 \rangle - \langle x_0 \rangle^2 \right\} \langle x_0 x'_0 \delta \rangle + \langle x_0 \rangle \langle x'_0 \rangle - \langle x_0 x'_0 \rangle \langle x_0^2 \delta \rangle + 2 \langle x_0 \rangle \langle x_0 x'_0 \rangle - \langle x_0^2 \rangle \langle x'_0 \rangle \langle x_0 \delta \rangle \Big\} \\ &\quad + a^2 \gamma_0^2 \beta_0^2 k^2 \left\{ \langle x_0^2 \rangle \langle x_0^2 \delta^2 \rangle - \langle x_0^2 \delta \rangle^2 + 2 \langle x_0 \rangle \langle x_0 \delta \rangle \langle x_0^2 \delta \rangle - \langle x_0 \rangle^2 \langle x_0^2 \delta \rangle - \langle x_0^2 \rangle \langle x_0 \delta \rangle^2 \right\} \\ \varepsilon_{n0} &= \gamma_0\beta_0 \sqrt{\langle (x_0 - \langle x_0 \rangle)^2 \rangle \langle (x'_0 - \langle x'_0 \rangle)^2 \rangle - \langle (x_0 - \langle x_0 \rangle)(x'_0 - \langle x'_0 \rangle) \rangle^2} \end{aligned}$$

位置・角度と運動量に相関が無い場合

$$\begin{aligned} \varepsilon_n^2 &= \varepsilon_{n0}^2 + a^2 \gamma_0^2 \beta_0^2 k^2 \langle x_0^2 \rangle \left(\langle x_0^2 \rangle - \langle x_0 \rangle^2 \right) \left(\langle \delta^2 \rangle - \langle \delta \rangle^2 \right) = \varepsilon_{n0}^2 + a^2 \gamma_0^2 \beta_0^2 k^2 \langle x_0^2 \rangle \sigma_{x_0}^2 \sigma_\delta^2 \\ \varepsilon_n &= \sqrt{\varepsilon_{n0}^2 + \gamma_0^2 \beta_0^2 k^2 \sigma_{x_0}^2 \sigma_\delta^2 \langle x_0^2 \rangle} \quad (a=1, \text{ Quadrupole Magnet, Cavity Edge}) \\ &= \sqrt{\varepsilon_{n0}^2 + 4\gamma_0^2 \beta_0^2 k^2 \sigma_{x_0}^2 \sigma_\delta^2 \langle x_0^2 \rangle} \quad (a=2, \text{ Cavity Body}) \end{aligned}$$

色収差のエミッタンスへの影響(2)

四極電磁石の色収差によるエミッタンス増加

解析による近似式

入射エネルギー: $E_0=5 \text{ MeV} (\beta_0\gamma_0=9.7335)$

入射エミッタンス: $\varepsilon_{n0}=0.1 \text{ mmmrad}$

入射運動量幅: $\delta=0.002$

入射ビームサイズ: $\sigma_{x0}=0.0004533 \text{ m}$

四極電磁石収束力: $K_{QM}=100 \text{ m}^{-2}$

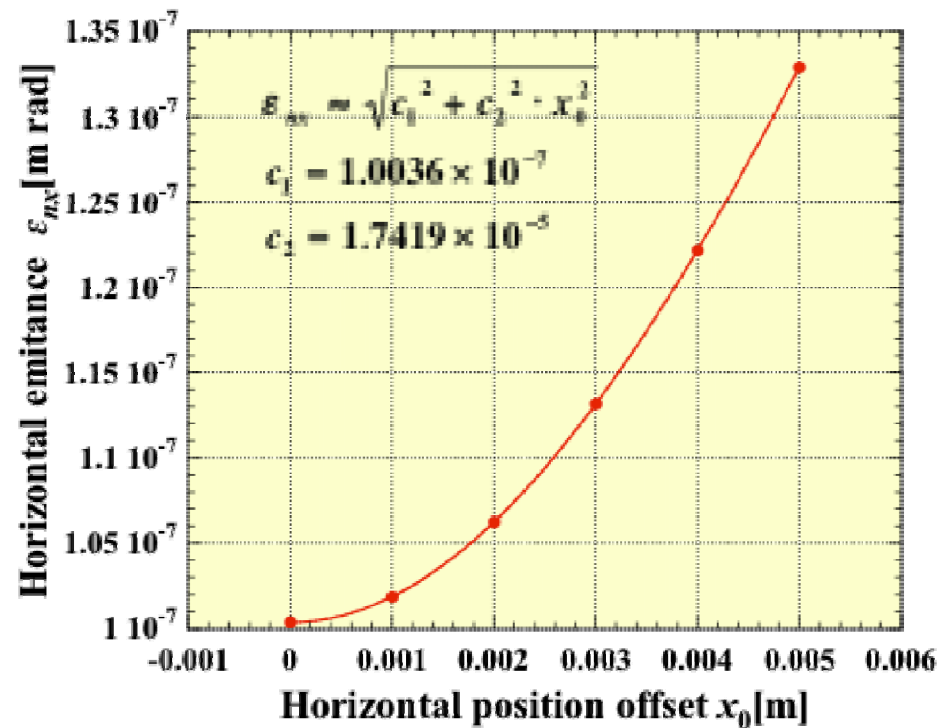
四極電磁石の長さ: $L=0.02 \text{ m} (k=2 \text{ m}^{-1})$



$$\langle x_0^2 \rangle = x_0^2, \quad a=1$$

$$\varepsilon_{nx} = \sqrt{\left(1.0 \times 10^{-7}\right)^2 + \left(1.7649 \times 10^{-5}\right)^2 x_0^2}$$

Elegantによるシミュレーション



- ・ 解析式とelegantによるシミュレーション結果はほぼ一致する。
- ・ 実際には、場所によって位置と運動量に相関が生じる。

色収差のエミッタンスへの影響(3)

加速空洞本体(端効果無し)の色収差によるエミッタンス増加

解析による近似式

入射エネルギー: $E_0=5$ MeV ($\beta_0\gamma_0=9.7335$)

入射エミッタンス: $\varepsilon_{n0}=0.1$ mm mrad

入射運動量幅: $\delta=0.002$

入射ビームサイズ: $\sigma_{x0}=0.0004533$ m

空洞加速勾配: $eE_{rf}=22.36$ MeV/m

空洞本体収束力(平均): $K_{CB}=2.31$ m⁻²

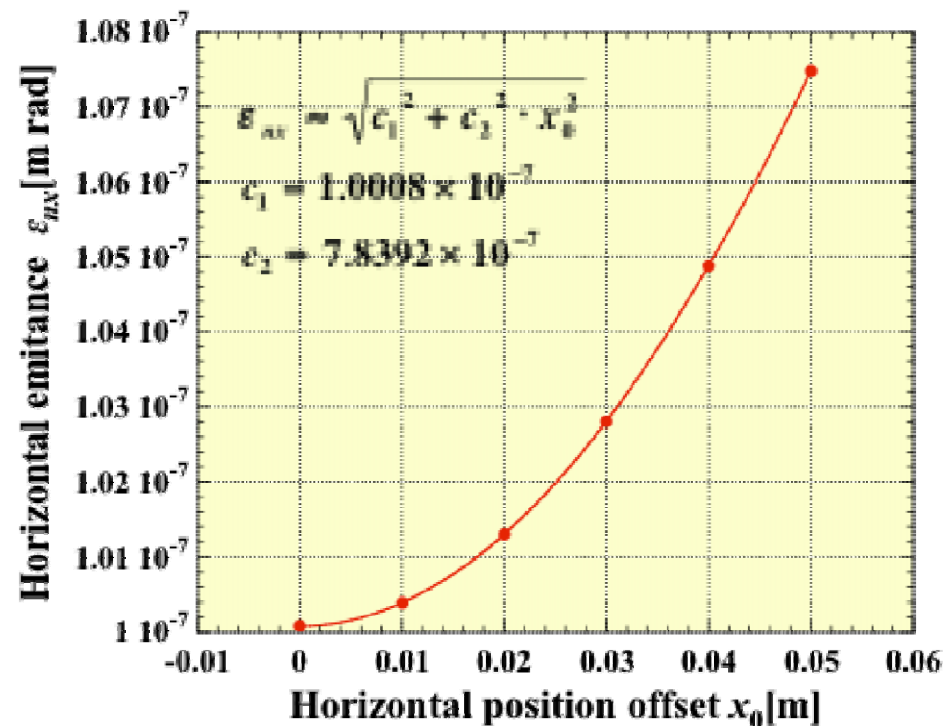
空洞本体の長さ: $L=0.02$ m ($k=0.0462$ m⁻¹)



$$\langle x_0^2 \rangle = x_0^2, \quad a=2$$

$$\varepsilon_{ax} = \sqrt{\left(1.0 \times 10^{-7}\right)^2 + \left(7.820 \times 10^{-7}\right)^2 x_0^2}$$

Elegantによるシミュレーション



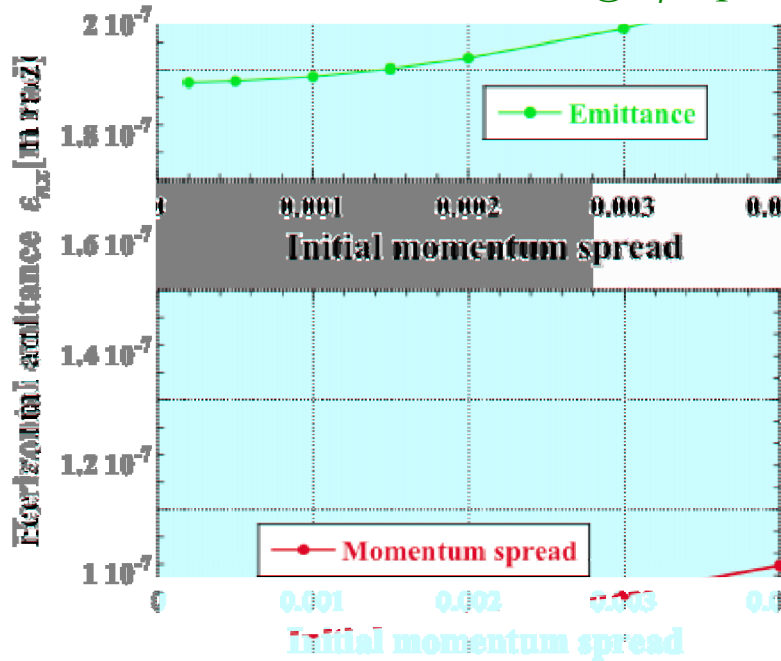
- ・ 解析式とelegantによるシミュレーション結果はほぼ一致する。
- ・ 四極電磁石と加速空洞によるエミッタンス増大は色収差によって生じている。

エミッタンスの初期パラメータ依存性(1)

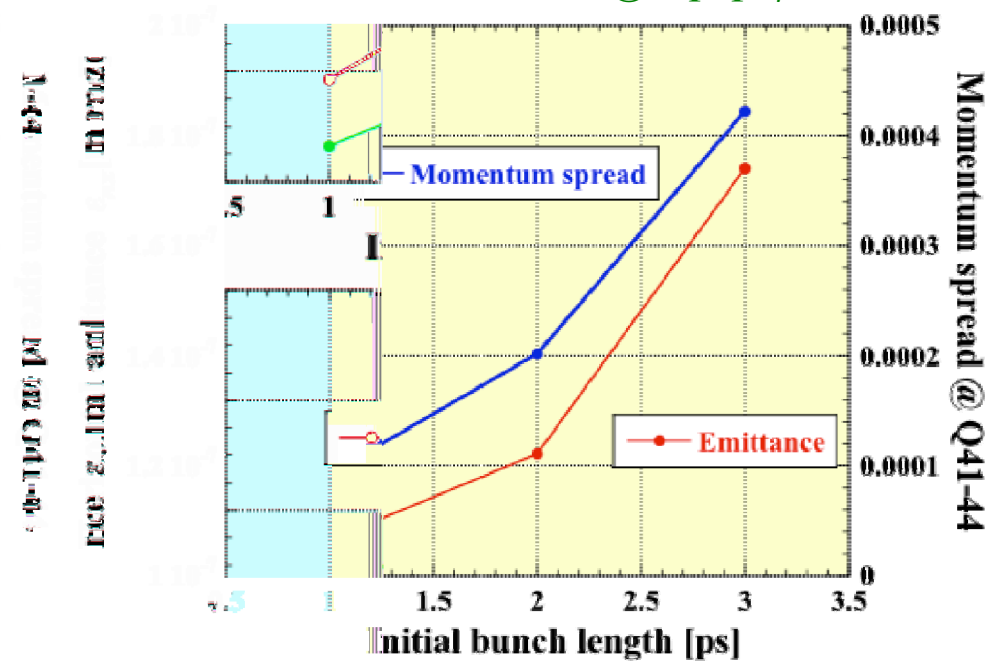
四極電磁石Q41-Q44によるエミッタンス増加(軌道補正前)の初期パラメータ依存性

空洞の水平設置誤差: 8空洞とも+1mm (pppppppp)

初期運動量幅依存性@ $\sigma_i=2\text{ps}$



初期バンチ長依存性@ $(\Delta p/p)_i=0.002$



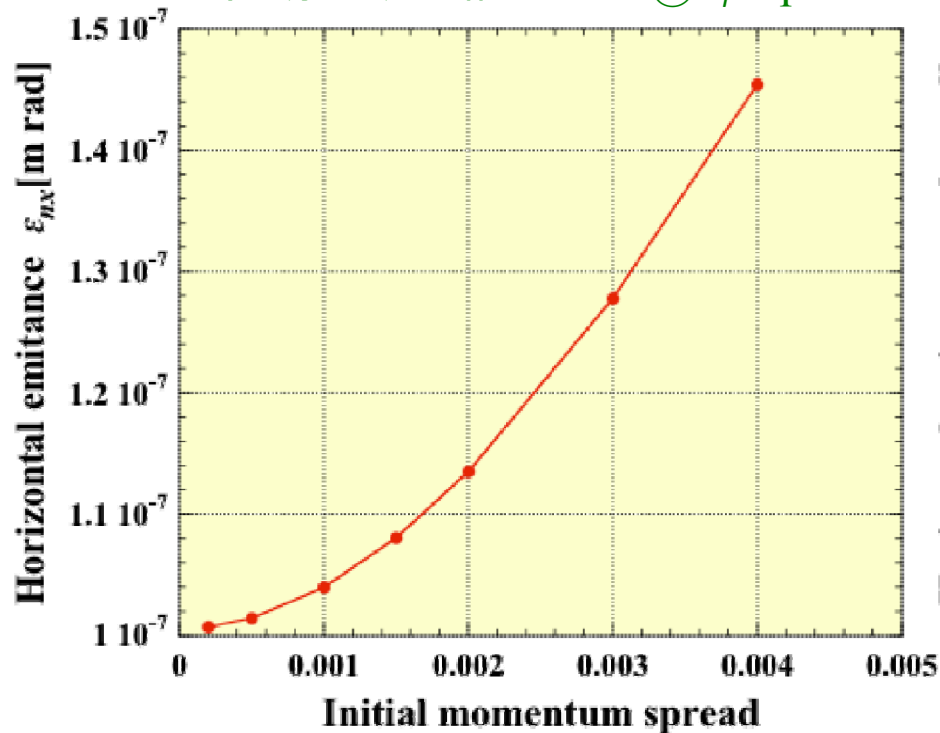
- 初期運動量幅に対する依存性は小さい。
(理由: Q41-Q44での運動量幅が初期運動量幅にあまり依存しない。)
- 初期バンチ長に対する依存性は大きい。
(理由: Q41-Q44での運動量幅が空洞を通して初期バンチ長に大きく依存する。)

エミッタンスの初期パラメータ依存性(2)

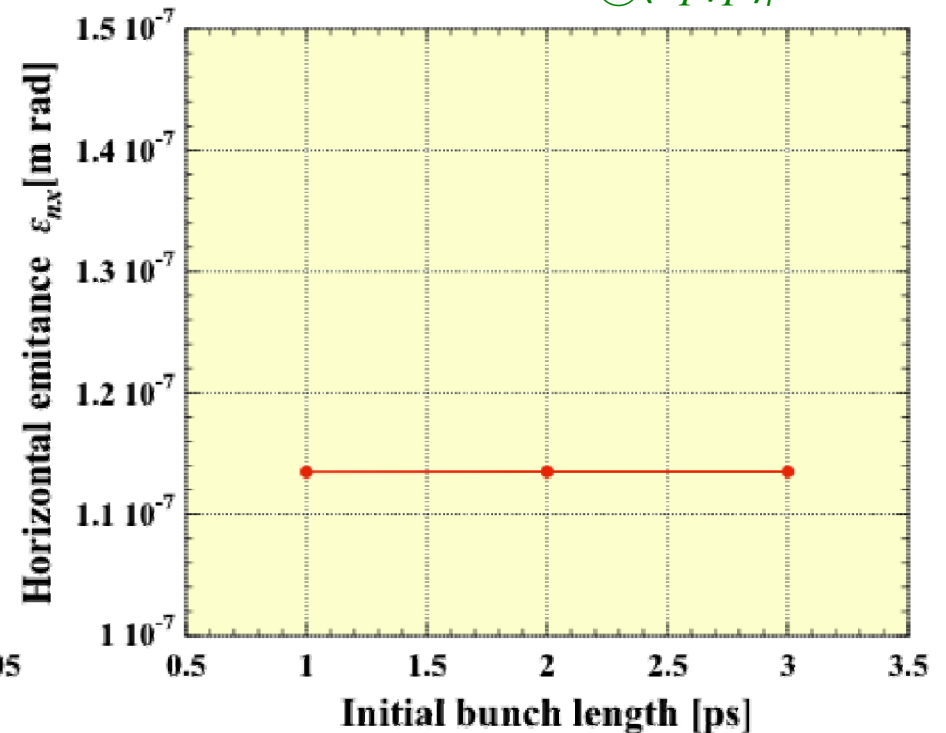
主加速空洞4台によるエミッタンス増加(軌道補正後)の初期パラメータ依存性

空洞の水平設置誤差: 8空洞とも+1mm (pppppppp)

初期運動量幅依存性@ $\sigma_i=2\text{ps}$

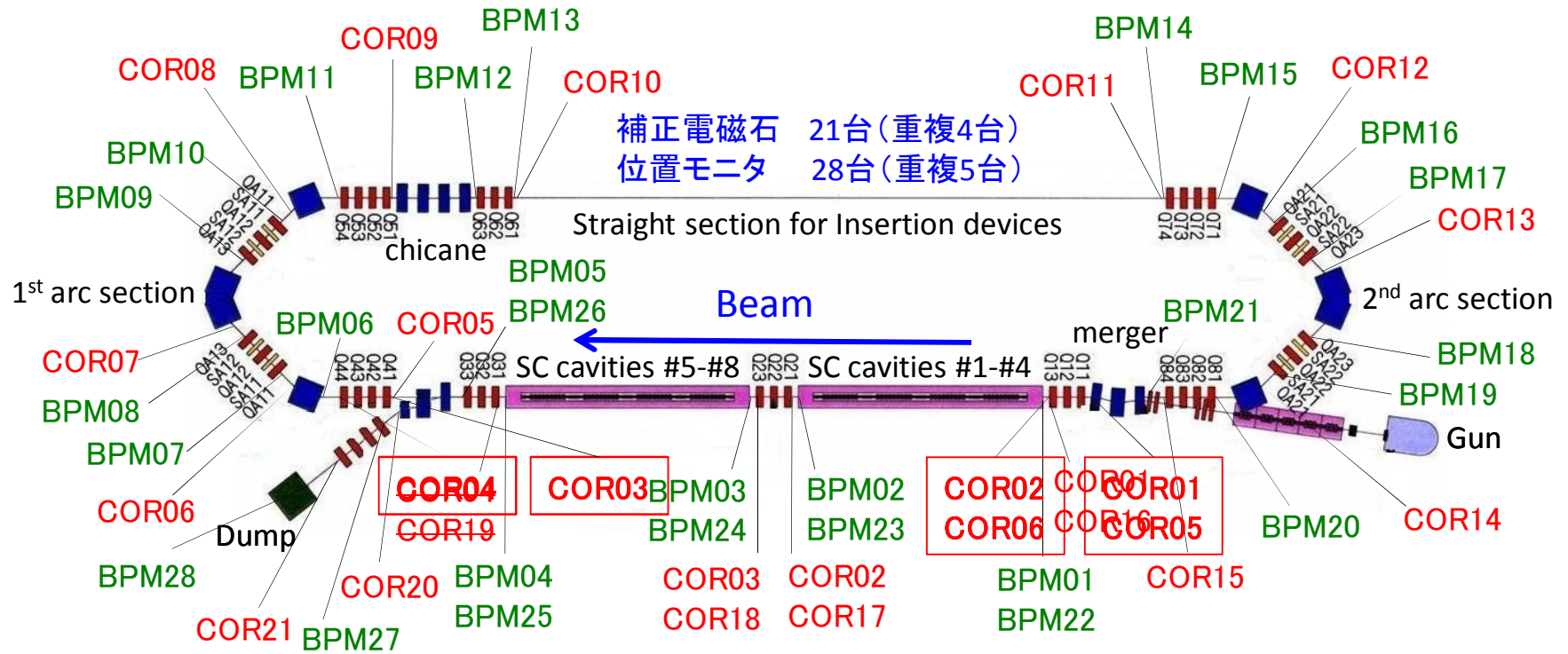


初期バンチ長依存性@ $(\Delta p/p)_i=0.002$



- ・ 空洞によるエミッタンス増大は初期運動量幅に大きく依存する。
- ・ 空洞によるエミッタンス増大は初期バンチ長にほとんど依存しない。
(理由: 空洞入力端及び入力直後の収束力によるエミッタンス増大が主である。)

軌道補正システム



前回使用した軌道補正システムの配置・構成

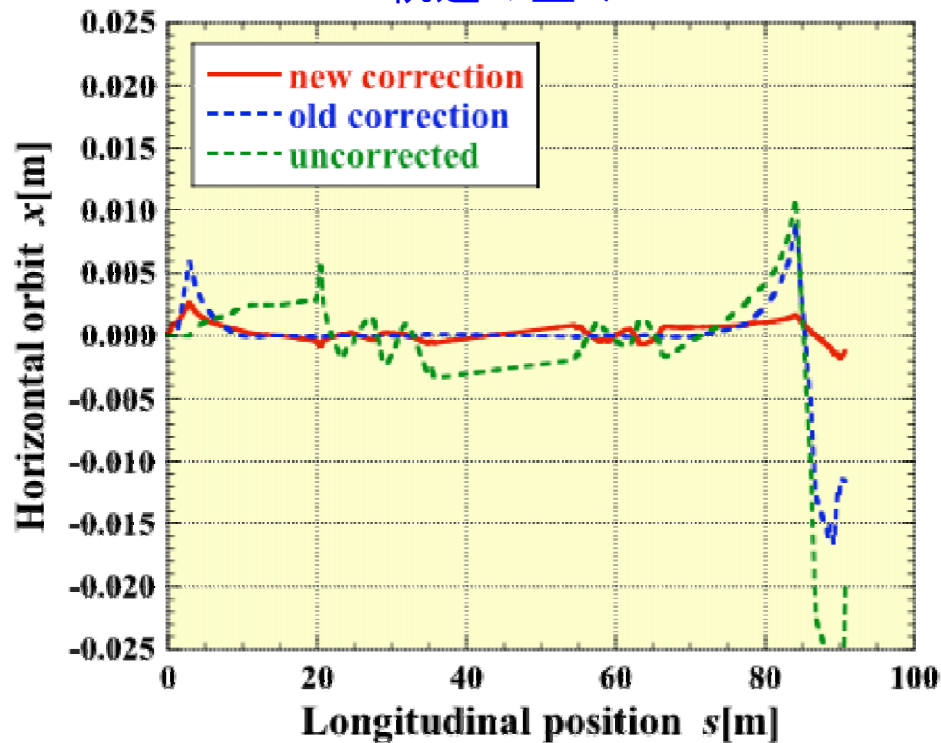
- ・今回は4台（6台）の補正電磁石を使って試行錯誤的に軌道補正を行ってみた。

軌道補正結果

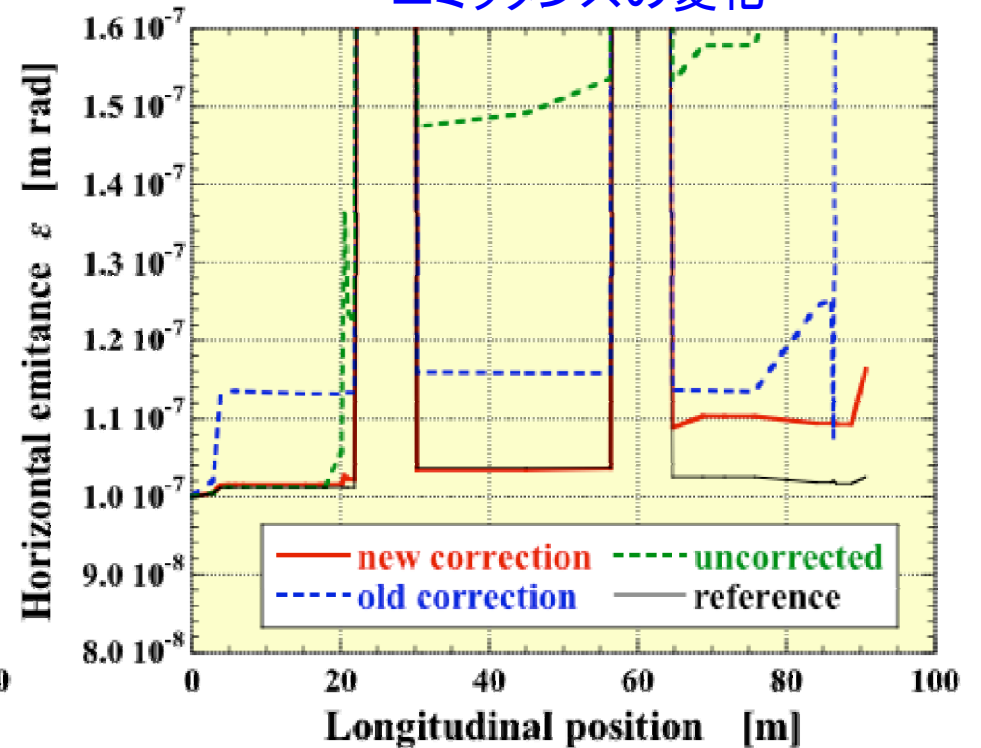
空洞の水平設置誤差: 8空洞とも+1mm (pppppppp)

軌道補正: COR01(COR05)のみ1.3mrad(@5MeV)励磁

軌道の歪み



エミッタンスの変化



- ・ 新しい軌道補正によって軌道の歪みが±2mm以内に抑えられた。
- ・ 新しい軌道補正によって直線部(③④間)のエミッタンス増大がなくなった。

まとめと課題

- 軌道補正後のエミッタンス増大は、主加速空洞（特に第1空洞）の色収差によって生じている。初期運動量幅に大きく依存する。
- 軌道補正前のエミッタンス増大は、加速空洞後の四極電磁石の色収差によって生じている。加速空洞を通じて初期バンチ長に大きく依存する。
- 色収差によるエミッタンス増大を抑えるには、主な原因となる要素の中心近くをなるべく通すように軌道補正を行うことが有効である。（運動量幅を大きく減少させることは難しい。）
- 実用性を考えると、試行錯誤的な方法よりもより高度で洗練された軌道補正方法を検討していきたい。